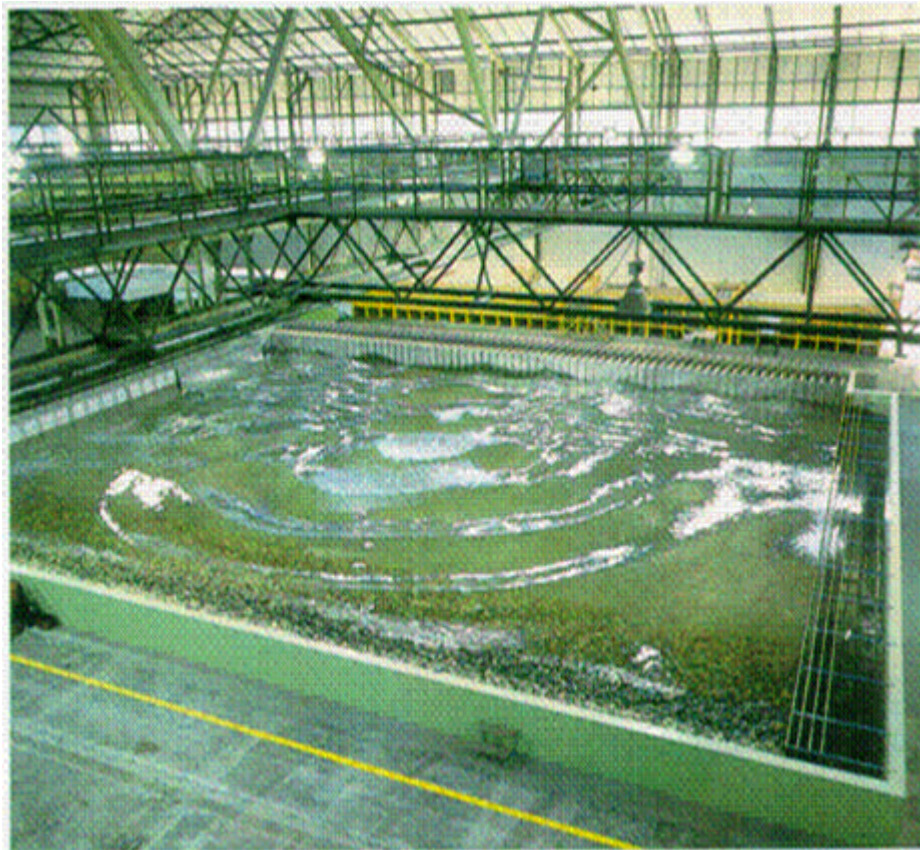


CAPITULO IV

DIVERSIDAD EN TRANSMISION: PROCESADO ESPACIO TEMPORAL



- IV.1 INTRODUCCION
- IV.2 FILTROS TERMINALES OPTIMOS.
CANAL FLAT FADING.
- IV.3 CANAL MIMO SELECTIVO EN
FRECUENCIA: ANALISIS.
- IV.4 FILTRO TERMINALES OPTIMOS
CANAL MIMO SELECTIVO EN
FRECUENCIA.
- IV.5 DIVERSIDAD SOLO EN
TRANSMISION: CANAL
SELECTIVO Y DISEÑO
ESCALABLE.
- IV.6 MULTIPLE BEAMFORMING:
SISTEMAS MULTIPORTADORA Y
OFDM.
- IV.7 SISTEMAS MULTIUSUARIO EN 3G.
- IV.8 CODIGOS BLOQUE ESPACIO-
TEMPORALES.
- IV.9 CODIGOS CELOSIA ESPACIO-
TEMPORALES.
- IV.10 CODIGOS S-T DIFERENCIALES.
- IV.11 CONCLUSIONES.
- IV.12 REFERENCIAS.

IV.1 INTRODUCCION.

Hasta el presente se han discutido y presentado maneras o formas de conformación de haz, en definitiva, proceso de diversidad espacial, independientemente de si se trataba a efectos de transmisión como de recepción. Esta manera de verlo es coherente con los sistemas de exploración radar o sonar. En estos sistemas, las técnicas de conformación se emplean indistintamente tanto en transmisión como en recepción. No obstante, como es fácil de comprender, las técnicas adaptativas, fundamentalmente las basadas en referencia temporal son implementadas básicamente en recepción.

Si bien los sistemas de exploración nunca motivaron una diferenciación clara entre arrays en transmisión y en recepción, el rico entorno, en términos de diversidad, del canal radio hace aparecer nuevas fronteras al tema de procesado de la diversidad espacial. El canal de comunicaciones radio varía muy rápidamente y siendo así, prácticamente invalida aquellos procedimientos basados en promediado de gran número de snapshots. Por otro lado, además del carácter variante del canal, la coherencia espacial es muy baja. Por esta última razón, la firma espacial de una fuente deja de ser un steering vector, de hecho, la matriz de covarianza de una fuente deja de ser de rango unidad como se había asumido en la casi totalidad de los capítulos precedentes.

Al mismo tiempo, los sistemas de comunicaciones radio presentan desequilibrios dramáticos entre un sentido de la transmisión y otro. Esta situación no se presentaba en los sistemas de exploración. En comunicaciones radio, además de un carácter aleatorio del canal de propagación, se encuentra la dificultad entre la inversión tecnológica versus complejidad en la estación base (BS) o en el móvil (UE). Tanto en lo que se refiere a tráfico ascendente (UE a BS) o up-link, como en el descendente (BS a UE o down-link), tan solo la estación base admite una complejidad consumo y tamaño prácticamente ilimitados. Es más fácil incrementar una antena y cadena correspondiente en una estación base, que sirve a 32 usuarios, que añadir una antena más a cada usuario. Es decir, la tendencia durante la próxima década será cargar de complejidad la estación base a cambio de una reducción de esta en la unidad móvil. En otras palabras, la estación base no solo va a emplear diversidad espacial en recepción, sino que también explotará su interés en transmisión, siempre y cuando que esta no introduzca e incluso reduzca la complejidad del móvil.

Otro aspecto de interés es la existencia de gran asimetría en el tráfico de BS a UE. En lo que sistemas dedicados a distribución de contenidos, el tráfico ascendente es prácticamente una colección de comandos, mientras que el descendente contendrá texto, audio y video lo que justificara una distribución asimétrica de paquetes. El impacto de este tráfico asimétrico implica que la información que la BS recibe del canal de transmisión, a partir del cual diseñaría el proceso espacial para transmisión, puede no ser válida para todo el intervalo que el tráfico descendente usa. Como se verá más adelante, este es un efecto limitador muy grave de técnicas óptimas de conformación de haz en transmisión. Estas técnicas caen dramáticamente en calidad para velocidades de móvil más que realistas en entornos in-door.

Unido a lo anterior aparece un efecto más limitador que la interferencia co-canal y es los efectos derivados de que múltiples usuarios acceden simultáneamente al canal de transmisión, ya sea vía diversidad en código, en frecuencia o en tiempo. La denominada MAI (Multiple Access Interference) es sin duda el problema a solucionar a partir de proceso espacial en transmisión. Todo manteniendo el principio de que el objetivo unánime es el reducir la complejidad del UE aunque sea a expensas de la complejidad, prácticamente sin límite en la BS.

Nótese que el incremento de la capacidad de un sistema de transmisión, sin incrementar el ancho de banda, está en el empleo de diversidad, no solo en recepción donde puede ser difícil, sino también en transmisión. La existencia de múltiples canales, fundamentalmente en el down-link es el objetivo fundamental del presente capítulo. La situación de cómo, tan solo pasar de una antena a dos antenas en transmisión se ilustra en la Figura 4.1.

El capítulo comienza con la formulación de filtros terminales, habituales en sistemas de comunicaciones, extendidas al caso en que se disponga de diversidad en transmisión y/o recepción. A continuación se pasa al caso de sistemas multiusuario, donde se exponen las técnicas más relevantes de manejo de diversidad espacial. Esta sección está especialmente dedicada a sistemas CDMA. La evidencia de la complejidad y hasta la no viabilidad de estos sistemas se evidencia en algunas simulaciones para canales in-door. El problema visto como complejidad o necesidad de información del estado del canal

(CSI.- Channel State Information) conduce a lo que se considera hoy por hoy la manera mas eficiente y robusta de obtener lo mejor del canal radio en cualquier condición: La codificación espacio temporal. Los codificadores espacio temporales son descritos comenzando con el caso convolucional y, tras revisar brevemente el caso de códigos espacio temporales tipo bloque, se pasa a los códigos espacio temporales de tipo diferencial. La ventaja de estos últimos, al igual que en modulación diferencial (DPSK), es que permiten una detección sin CSI.

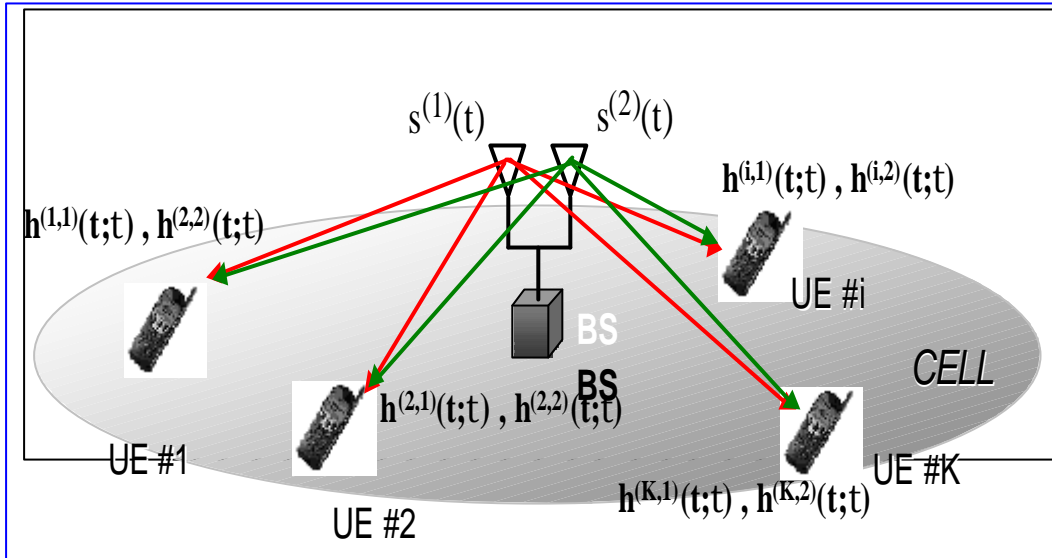


Figura 4.1. El incremento de la diversidad en transmisión, pasando de una a dos antenas, pone a disposición un numero doble de canales para el aumento de la calidad del sistema sin incrementar ancho de banda y en cualquier situación de canal de transmisión.

IV.2 FILTROS TERMINALES OPTIMOS. CANAL FLAT FADING.

La situación que se pretende abordar es la de un sistema de comunicaciones con P antenas transmisoras que transmite información a un receptor con Q antenas receptoras. Se pretende pues diseñar, con los criterios que corresponda los procesadores espacio temporales tanto en transmisión como en recepción.

El canal de comunicación formado por las P antenas en transmisión y las Q de recepción tiene una forma matricial \underline{H} ($Q \times P$). Al considerarse la situación de flat-fading cada uno de sus elementos se considerara constante, representando el elemento $h(i,j)$ la respuesta entre la antena transmisora j y la antena receptora i .

En lo que se refiere al transmisor, el símbolo a transmitir $s(n)$, se asumira real o perteneciente a una constelación PAM, se procesa con la matriz de transmisión \underline{B} , de dimensiones $Q \times L$, siendo L un parámetro a determinar mas adelante. Lo importante es que el símbolo $s(n)$ pasa a repetirse L intervalos; en cada uno de los intervalos la antena transmisora j emite sucesivamente $s(n).b(i,1)$, $s(n).b(i,2), \dots, s(n).b(i,L)$. Así pues, si la duración de estos L accesos es igual al periodo de símbolo se estara ante una forma de spreading, pues se amplía el ancho de banda; mientras que, si la duración del acceso es L veces la duración del símbolo, se estara ante una situación donde el sistema no es full-rate sino que la velocidad se ha reducido en $1/L$, pero no se ha ampliado el ancho de banda. Sobre estas dos alternativas se volvera mas adelante.

En base a lo anterior, los L snapshots transmitidos se pueden comprimir en la matriz \underline{X}_T , tal y como se indica en (4.1).

$$\underline{X}_T = \underline{B}.s(n) \quad (4.1)$$

Estos L snapshots son recibidos en el receptor después de pasar el canal y con ruido aditivo, según se puede ver en (4.2).

$$\underline{\underline{X}}_R = \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot s(n) + \underline{\underline{N}} \quad (4.2)$$

A continuación, asumiendo el caso de BPSK para $s(n)$ y que el ruido es blanco y gaussiano, el detector ML del símbolo transmitido requerira resolver cual es la distancia, norma de Frobenius, de la matriz recibida menos su media cuando $s(n)$ es 1 respecto a cuando es -1.

$$\left| \underline{\underline{X}}_R - \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}} \right|_F \stackrel{\leq}{\geq} \left| \underline{\underline{X}}_R + \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}} \right|_F \quad (4.3)$$

Usando el operador traza(.) para evaluar la norma anterior y eliminando los terminos comunes a ambos lados de la desigualdad, se obtiene (4.4), que revela cual es el proceso optimo en el receptor.

$$\text{Re al} \left[\text{Traza}(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{X}}_R) \right] = \text{Re al} \left[\text{Traza}(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{X}}_R) \right] \stackrel{\leq}{\geq} 0 \quad (4.4)$$

siendo

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}} \quad (4.5)$$

El esquema completo puede verse en la figura 4.2.

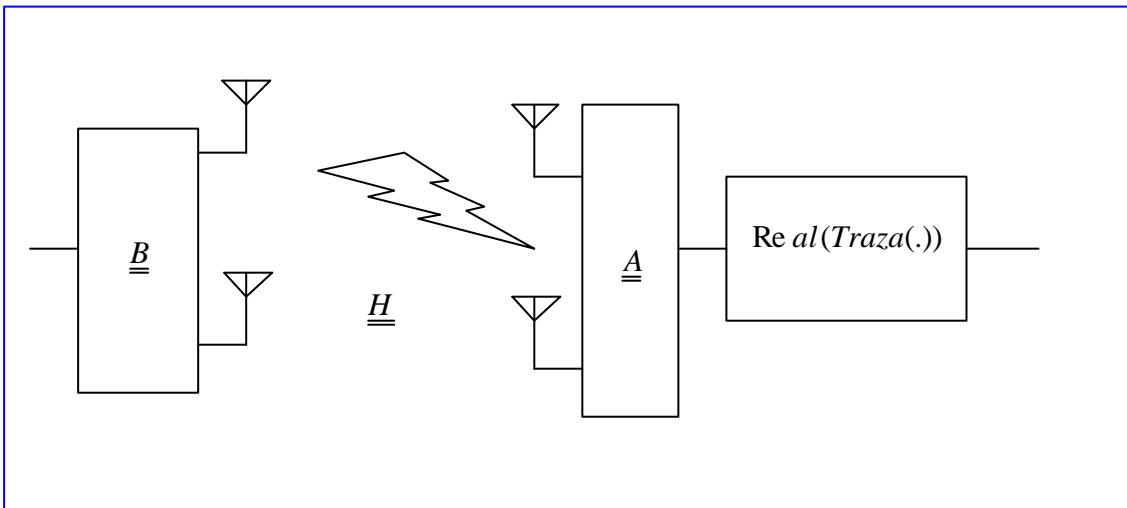


Figura 4.2. Filtros terminales para sistema Tx-Rx con diversidad espacial o canal Flat Fading MIMO.

Notese en la figura anterior que la existencia en el canal de multiples entradas, combinado con multiples salidas, permite denominar, siguiendo una nomenclatura empleada desde hace dos decadas en sistemas de control, al canal con las siglas MIMO.

Volviendo al diseño del sistema, este puede realizarse tambien y por supuesto con el mismo resultado, desde la maximización de la SNR en el receptor con la restricción de la energia trasnmitida. Enfocado de este modo, el lector puede reconocer el diseño tradicional de filtros terminales pero, en lugar de un canal SISO, para un canal MIMO.

La SNR en el receptor, sin asumir el ruido en el receptor como blanco y asi reflejar la posible presencia de interferencias y con matriz de covarianza $\underline{\underline{R}}$ seria:

$$SNR = \frac{\left| \text{Traza}(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}}) \right|^2}{\text{Traza}(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{A}})} \quad (4.6)$$

Para maximizar la relacion anterior con respecto al receptor, se usa la desigualdad de Schwarz,

$$\begin{aligned} \left| \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{a}}}^H \underline{\underline{\mathbf{b}}}) \right|^2 &\leq \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{a}}}^H \underline{\underline{\mathbf{a}}}) \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{b}}}^H \underline{\underline{\mathbf{b}}}) \\ \left| \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{A}}}^H \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{0.5} \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{-0.5} \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \right|^2 &\leq \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{A}}}^H \underline{\underline{\mathbf{R}}} \underline{\underline{\mathbf{A}}}) \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\mathbf{H}}}^H \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

de donde

$$SNR \leq \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\mathbf{H}}}^H \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \quad (4.8)$$

verificandose con igualdad cuando

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} = \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{H}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}} \quad (4.9)$$

De este modo todo el diseño ha quedado reducido a la matriz del transmisor. El proceso del transmisor ha de maximizar la SNR pero sujeto a la restricción de potencia transmitida. De este modo, el diseño del transmisor puede resumirse según (4.10). En esta expresión se ha usado la matriz $\underline{\underline{\Phi}}$ para denotar el canal generalizado que aparece en (4.8).

$$\begin{aligned} \max_{\underline{\underline{\mathbf{B}}}} \left[SNR = \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\Phi}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \right] \\ E_T = \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Para proceder a la maximización anterior, basta usar la propiedad (4.11), donde λ_{\max} denota el autovalor máximo de la matriz del canal generalizado.

$$\text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\Phi}}} \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \leq \lambda_{\max}(\underline{\underline{\Phi}}) \text{Traza}(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^H \underline{\underline{\mathbf{B}}}) \quad (4.11)$$

Es facil de comprobar que el máximo se obtiene cuando la matriz de proceso es de rango uno y su vector por la izquierda es precisamente el autovector máximo correspondiente al autovalor anterior. Notese que el otro componente de la matriz, el vector $\underline{\underline{\mathbf{t}}}$ queda libre. También es de destacar que el vector $\underline{\underline{\mathbf{v}}}_{ma}$ es el autovector por la derecha de la matriz del canal MIMO.

$$\underline{\underline{\mathbf{B}}} = \underline{\underline{\mathbf{e}}}_{ma} \underline{\underline{\mathbf{t}}}^H \quad \underline{\underline{\mathbf{A}}} = \underline{\underline{\mathbf{R}}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{v}}}_{ma} \underline{\underline{\mathbf{t}}}^H \quad (4.12)$$

Esta expresión completa el diseño de los filtros terminales y, como es habitual, lo mas interesante es su interpretación. Para dicha interpretación y sin perdida de generalidad se asumira de nuevo que el ruido en recepcion es blanco y gaussiano. Notese que en este caso, de todos los modos en que se puede descomponer por SVD la matriz del canal MIMO,

$$\underline{\underline{\mathbf{H}}} = \sum_{i=1}^{\min(P,Q)} \mathbf{I}_i^{1/2} \underline{\underline{\mathbf{v}}}_i \underline{\underline{\mathbf{e}}}_i^H \quad (4.13)$$

el diseño solo hace uso del modo mas fuerte, el principal, que es el que corresponde al mayor autovalor. Es decir, si se imaginan todos los canales disponibles (el rango de la matriz (4.13)), el diseño aconseja, como es logico, que toda la potencia se emplee en el mejor de los modos y se dejen los otros sin usar. Es muy importante notar que aquí por primera vez aparece el conflicto capacidad versus calidad. Al poner la SNR de objetivo, de todos los canales disponibles solo se usa el mejor y deja al uso de modulaciones de gran eficiencia espectral el incrementar la velocidad de informacion. Un diseño encarado a conseguir la mayor velocidad usaria todos los canales disponibles, todos los autovalores diferentes de cero, pero la

calidad (VER o SNR) no seria la misma que la obtenida empleando solo el canal mejor. A este tema de la maximización de la capacidad del enlace se volvera mas adelante.

El otro aspecto interesante es la presencia del vector \underline{t} , de longitud L componentes, cuya presencia no es obvia. Antes de proseguir, se recapitulara el diseño conseguido asumiendo que la norma o energia de dicho vector es la unidad.

$$\begin{aligned}
 SNR &= \mathbf{I}_{\max} \cdot E_T \\
 \underline{\underline{B}} &= E_T^{1/2} \cdot \underline{e}_{ma} \cdot \underline{t}^H \\
 \underline{\underline{A}} &= E_T^{1/2} \cdot \underline{v}_{ma} \cdot \underline{t}^H
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

Si se considera el caso de incremento del ancho de banda en L veces, la interpretación de este vector es meramente el de un spreading, sincrono con el periodo de símbolo que, a costa del incremento del ancho de banda, permite el acceso multiple en el sistema. Es interesante destacar, que spreading mas conformador es la solución optima al problema que nos ocupa. El Esquema del sistema se muestra en la Figura 4.3.

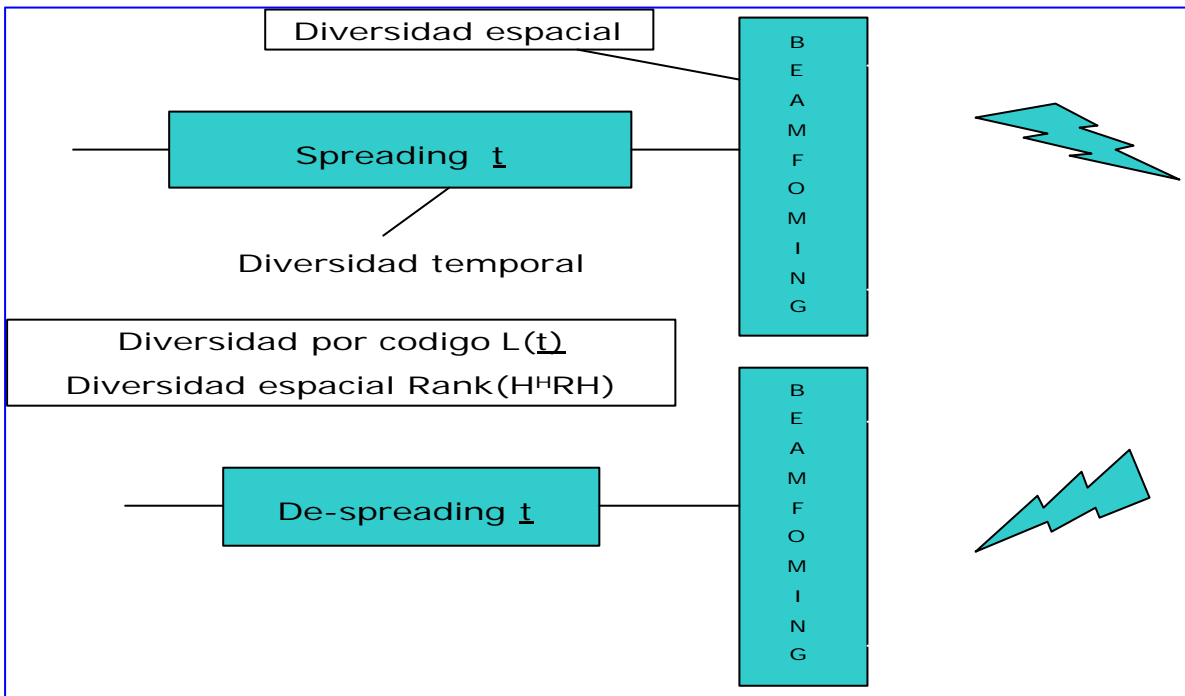


Figura 4.3. Spreading mas conformacion como procesador optimo para canal MIMO con CSI perfecto.

Por ultimo, es de destacar que la eleccion de un vector \underline{t} de un solo valor (la unidad) convierte el sistema en full-rate pero sin la posibilidad de acceso multiple.

En todo lo anterior se ha discutido el caso en que el transmisor conocia perfectamente el canal de comunicación, es decir, como suele denominarse, la situación era de CSI (Channel State Information) perfecto. Se analizara a continuación cual seria el diseño optimo en el caso de que dicho conocimiento no sea perfecto, es mas que sea lo mas incompleto posible. Obviamente, cuando se menciona el canal peor ha de asumirse que aun en esa situación la transmisión es posible. La restricción que se le impondra es que verifique (4.15).

$$\text{Traza}(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}}) \geq \mathbf{r}
 \tag{4.15}$$

Antes de proseguir, es interesante seguir el proceso que se comenzara como un juego. En este juego, el premio es diferente para cada jugador. El primer jugador es el canal que maliciosamente trata de

disminuir la SNR todo lo que puede, sujeto a la restricción (4.15). El segundo jugador es el diseñador que trata de mejorar todo lo posible su premio que es la SNR. La cuestión más importante es definir cuántas jugadas y de qué forma jugarán ambos. Existe la posibilidad de que ambos jueguen simultáneamente sin conocer la jugada del otro, o bien, juego secuencial conociendo la jugada del oponente. La forma más sencilla de definirlo es de tan solo una jugada por jugador, el canal juega primero y después lo hará el diseñador. Bajo esta última forma de jugar, el canal tratará de conseguir la mínima SNR y, después, el diseñador maximizará la SNR resultante. Esta forma de proceder, conocida como método mini-max es la versión más básica en teoría de juegos y es la que se usará a continuación.

El canal minimizará la SNR sujeto a la restricción (4.15), para encontrar el mínimo basta usar la siguiente propiedad:

$$\min_{\underline{\underline{H}}} \left[\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}} \right] = \mathbf{I}_{\min} \left(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} \right) \text{Traza} \left(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \right) \leq \mathbf{r} \cdot \mathbf{I}_{\min} \left(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} \right) \quad (4.16)$$

A continuación, el diseñador ha de maximizar el autovalor mínimo de (4.16), sujeto a la restricción de la energía transmitida. Dicho máximo viene dado por (4.17.a) y se alcanza cuando la matriz del transmisor verifica (4.17.b).

$$\max_{\underline{\underline{B}}} \left(\mathbf{r} \cdot \mathbf{I}_{\min} \left(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} \right) \right) = \mathbf{r} \cdot E_T / P \quad (4.17.a)$$

$$\text{Traza} \left(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} \right) = E_T$$

$$\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} = E_T \cdot \mathbf{I} / P \quad (4.17.b)$$

Claramente la SNR obtenida para el caso de no CSI disponible en el transmisor es inferior al caso de CSI perfecto pues (4.18) es obvia.

$$SNR_{CSI} = \mathbf{I}_{\max} \left(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \right) \geq SNR_{NoCSI} = \frac{\text{Traza} \left(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \right)}{P} \quad (4.18)$$

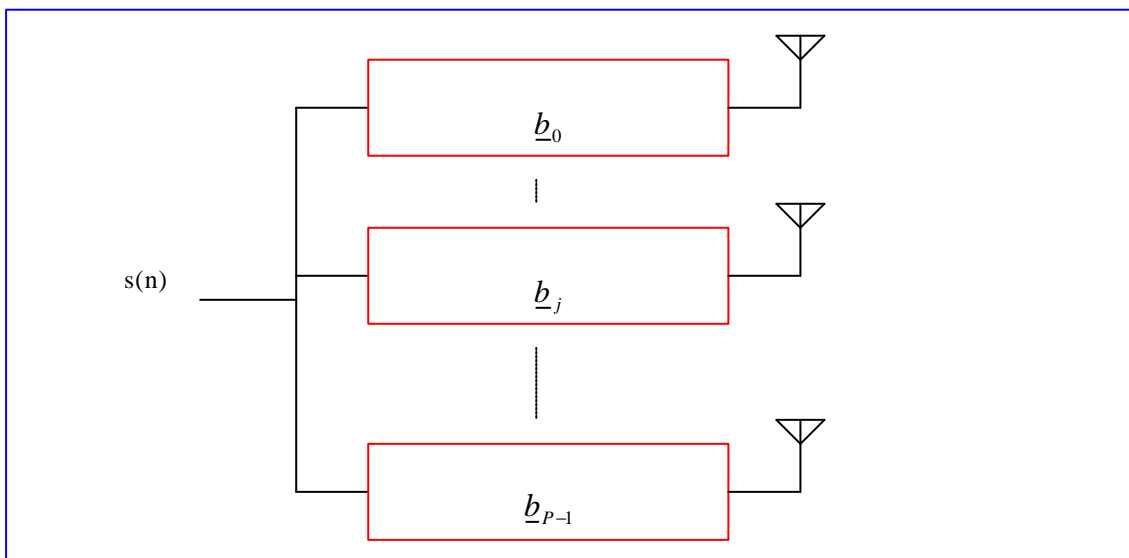


Figura 4.4. Diseño de TX cuando el CSI es nulo. El número de secuencias de spreading es igual al número de antenas transmisoras y ortogonales entre ellas.

Es importante destacar que mientras que para el caso de CSI perfecto la solución era una única secuencia de spreading para toda la apertura, ahora, en el caso de CSI nulo, han de emplearse tantas

secuencias de spreading como numero P de antenas que se disponen en el transmisor. De este modo, disminuyen las posibilidades de multiple acceso, asi como la posibilidad de que el sistema sea full-rate. Un esquema del procesado optimo aparece en la Figura 4.4. Las secuencias de spreading por antena son las filas de la matriz $\underline{\underline{B}}$ y son ortonormales entre ellas.

La colección de matrices que verifican la propiedad (4.17.b) es amplia y las mas destacables se presentaran mas adelante en el apartado de codigos espacio-temporales bloque. Lo que es mas interesante, antes de abandonar el apartado es que la DFT como transformación tambien verifica la mencionada expresión y, a su modo, justifica la bondad de los sistemas multiportadora o OFDM incluso en los caso de flat-fading como el que nos atañe.

Es interesante destacar que se han abordado las dos soluciones extremas, es decir, no CSI y CSI perfecto, con las correspondientes CNRS. La cuestion es encontrar soluciones intermedias donde ni el conocimiento del canal sea nulo ni sea crucial su conocimiento exacto. Una manera de encontrar todas las soluciones intermedias es fijar la matriz de proceso en el transmisor según (4.19).

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{H}}^H \left(\underline{\underline{H}} \underline{\underline{H}}^H \right)^n \quad (4.19)$$

Notese que para n igual a cero el proceso del transmisor seria un 2D-Rake, para n=-0.5 cumpliria la condicion de no CSI, y para n tendiendo a infinito se convertiria en la solucion de CSI optimo. Es decir, esta formulacion compone las dos situaciones hasta ahora contempladas.

El receptor optimo para (4.19) y la correspondiente SNR serian (4.20).

$$\underline{\underline{A}} = \left(\underline{\underline{H}} \underline{\underline{H}}^H \right)^{n+1}$$

$$SNR = E_T \frac{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^{n+1} \right]}{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^n \right]} \quad (4.20)$$

A continuación, notese que una aplicación trivial de la desigualdad de Schwarz permite decir que se verifica (4.21).

$$\frac{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^{n+1} \right]}{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^n \right]} \leq \frac{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^{n+2} \right]}{\text{Traza} \left[\left(\underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{H}} \right)^{n+1} \right]} \quad (4.21)$$

Con lo que, cada vez que se aumenta n la SNR mejora y pasa desde el caso extremo de n igual a -0.5 al caso de n igual a infinito o muy grande (10 en terminos practicos) en el que se obtiene el caso de CSI perfecto. Asi pues (4.20) describe, bajo el parámetro n todas las posibilidades de proceso o filtros terminales optimos para canal flat-fading MIMO.

Una de las ventajas mas destacables de la formulacion anterior es que la cuantificacion de coeficientes en el canal de retorno, el ajuste de dinamicas o la BER de dicho canal pueden estudiarse de una manera sencilla sobre ella. Los casos de selección de la mejor antena o el limite directo de las operaciones a realizar en el transmisor se lleva a cabo directamente de la cuantificacion de los valores del canal en (4.19). De hecho, esta formulacion presenta una relevancia enorme cuando se trata de estudiar el impacto de los errores de estimacion de canal, que de otro modo se vuelven francamente tediosos y de una utilidad mas que dudable en la practica.

IV.3. CANAL MIMO SELECTIVO EN FRECUENCIA. DISEÑO MDIR.

En este caso, tanto el transmisor como el receptor contarán con un conformador de banda ancha. La formulación es mucho mas manejable en frecuencia que tiempo, así, para cada antena receptora se supondrá que existe un filtro transmisor $B_p(w)$ ($p=1,P$), al igual que para cada antena receptora existirá el correspondiente filtro $A_q(w)$ ($q=1,Q$). El canal entre la antena transmisora p y la receptora q quedara

caracterizado por $H_{pq}(w)$. En el receptor, al margen de ruido del front end podrá contar con la presencia de interferencias co-canal.

El objetivo es el diseño de los dos bancos de filtros, transmisor y receptor, que en definitiva constituyen los conformadores de banda ancha óptimos. El diseño se va a llevar a cabo de una manera detallada con el fin de conocer a fondo el problema que este caso plantea. El formalismo de la solución no es estrictamente correcto pero, lo que sigue es necesario para comprender mejor la elegancia y formalidad del siguiente apartado.

Con respecto a los criterios a maximizar en el diseño, existen tres posibles. El tipo DIR o MDIR en el que la señal de salida en el conformador de recepción se le compara con la señal deseada filtrada por la DIR correspondiente. El segundo tipo sería el denominado forzador de ceros o ZF, en este caso, el objetivo será la cancelación en toda la banda de frecuencia de la ISI producida por el canal. Finalmente, el último criterio sería el de mínimo error cuadrático medio MMSE donde la señal de salida del conformador en recepción se compara con la referencia con el fin de minimizar la potencia de la señal diferencia. El diseño de los tres criterios es similar por lo que se ha seleccionado para la exposición el más complicado o diseño MDIR. No obstante al presentar el diseño MDIR se mencionaran las diferencias que los otros dos diseños presentan.

Nótese que planteando el diseño conjunto del conformador en transmisión y recepción, en el fondo, una vez obtenido el de transmisión, el lector dispone en los capítulos precedentes de cómo proceder al diseño del receptor. Por esta razón, y al margen de que por razones expositivas se den los diseños de A(.) y B(.), el lector puede dar por concluido la parte innovadora del contenido en el momento en que se han diseñado el conformador de transmisión.

Nótese que al hacer el diseño directamente en frecuencia, la solución de los filtros del conformador se obtiene directamente en frecuencia. Esto representa la dificultad añadida de que el diseño ha de proseguir hasta aproximar la respuesta frecuencial obtenida mediante filtros FIR de un número finito de taps. Aunque este diseño de este último paso no es trivial no se expondrán las técnicas que permiten dicha aproximación. En las referencias, al final e capítulo el lector puede encontrar trabajos del autor relativos a la manera óptima de encontrar la mejor aproximación FIR $h_q(n)$ a la respuesta frecuencial $B_q(w)$. Es importante destacar que, al igual que en filtros terminales para sistemas de comunicaciones sin diversidad, los dos conformadores quedan especificados en módulo y la fase de ambos filtros puede emplearse para conseguir la mejor aproximación FIR. La idea básica detrás de lo anterior es asignar la fase que más concentra la energía de la respuesta impulsional correspondiente, eso si teniendo en cuenta que esta fase ha de ser la misma para los P filtros de transmisión y complementada por los Q filtros de recepción (esto último menos importante pues, como se ha indicado, una vez obtenido el conformador del transmisor, el del receptor se comienza de nuevo partiendo del transmisor obtenido).

Así pues se comienza con el diseño MDIR para un canal MIMO (Multiple input multiple output) de P antenas en transmisión y Q en recepción.

Si se denomina como $I(w)$ a la transformada de Fourier de la trama de símbolos de información transmitir, el transmisor procesa la secuencia con P filtros diferentes de modo que la señal transmitida viene dada por (4.22).

$$\underline{x}_T(w) = \underline{B}(w).I(w) \quad (4.22)$$

Donde los dos vectores tienen una dimensión P, igual al número de antenas transmisoras y

$$\underline{B}(w) = [B_1(w) \quad \dots \quad B_P(w)]^T \quad (4.23)$$

Cada una de las señales de las P antenas transmisoras pasa por una respuesta frecuencial de canal entre estas y las receptoras. Todas estas respuestas frecuenciales pueden agruparse en una matriz de canal $\underline{H}(w)$ de dimensión P x Q.

$$\underline{\underline{H}}(w) = \begin{bmatrix} H_{11}(w) & H_{12}(w) & \cdot & H_{1P}(w) \\ H_{21}(w) & H_{22}(w) & \cdot & H_{2P}(w) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ H_{Q1}(w) & H_{Q2}(w) & \cdot & H_{QP}(w) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Y la señal recibida en el array receptor sería (4.25), siendo el vector $\underline{n}(w)$ la transformada de Fourier del ruido recibido más interferencias co-canal.

$$\underline{x}_R(w) = \underline{\underline{H}}(w) \cdot \underline{B}(w) \cdot I(w) + \underline{n}(w) \quad (4.25)$$

La señal recibida se procesa con el conformador de banda ancha para producir la salida $\underline{x}_R(w)$ tal como se indica en (4.26).

$$x_R(w) = \underline{A}^H(w) \cdot \underline{x}_R(w) = \underline{A}^H(w) \cdot \underline{\underline{H}}(w) \cdot \underline{B}(w) \cdot I(w) + \underline{A}^H(w) \cdot \underline{n}(w) \quad (4.26)$$

Con la anterior expresión se completa la formulación, mucho más sencilla a nivel frecuencial que temporal, del problema. Nótese que al margen del criterio el sistema tendrá una imposición o restricción clara y es que se ha de limitar la potencia transmitida. Aunque lo lógico sería limitar la potencia por amplificador, es decir por antena (Element Power Constraint EPC) su difícil manejo lo hace sustituir por limitar la potencia global transmitida por la apertura del transmisor. Esta restricción sería (4.27), donde se ha asumido que la secuencia de información tiene una densidad espectral plana y normalizada a la unidad, i.e. $E(I(w)^2) = 1$.

$$S_T = \frac{1}{2p} \int \underline{B}^H(w) \cdot \underline{B}(w) dw \quad (4.27)$$

En cuanto a los objetivos, nótese que en el caso de MMSE el criterio sería el diseño de los vectores A y B a cada frecuencia con la condición de minimizar la función siguiente:

$$\mathbf{z}_{MMSE} = \frac{1}{2p} \int |x_R(w) - I(w)|^2 dw \quad (4.28)$$

En el caso ZF, el objetivo es minimizar el impacto de interferencias y ruido en el receptor (4.29a) con la restricción, adicional siempre a la de la potencia transmitida, de eliminar la ISI a cualquier frecuencia (4.29b).

$$\mathbf{z}_{ZF} = \frac{1}{2p} \int \underline{A}^H(w) \cdot \underline{\underline{R}}_n(w) \cdot \underline{A}(w) dw \quad \text{siendo} \quad \underline{\underline{R}}_n(w) = E(\underline{n}(w) \cdot \underline{n}^H(w)) \quad (4.29a)$$

$$\underline{A}^H(w) \cdot \underline{\underline{H}}(w) \cdot \underline{B}(w) = 1, \forall w \in [0, p] \quad (4.29b)$$

Como se ha comentado, los dos casos anteriores son más sencillos que el caso MDIR que es el que se resolverá. En el caso MDIR el objetivo es minimizar el objetivo (4.30) donde P(w) es la transformada de Fourier de la DIR,

$$\mathbf{z}_{MDIR} = \frac{1}{2p} \int |x_R(w) - P^*(w) \cdot I(w)|^2 dw \quad (4.30)$$

Con la restricción adicional de que la energía de señal deseada a la salida del conformador sea una cantidad dada que se normalizara a la unidad y que actúa como un control automático de ganancia del receptor.

$$\frac{1}{2p} \int \left| \underline{A}^H(w) \cdot \underline{H}(w) \cdot \underline{B}(w) \right|^2 dw = 1 \tag{4.31}$$

El sistema bajo diseño se representa esquemáticamente en la Figura 4.5.

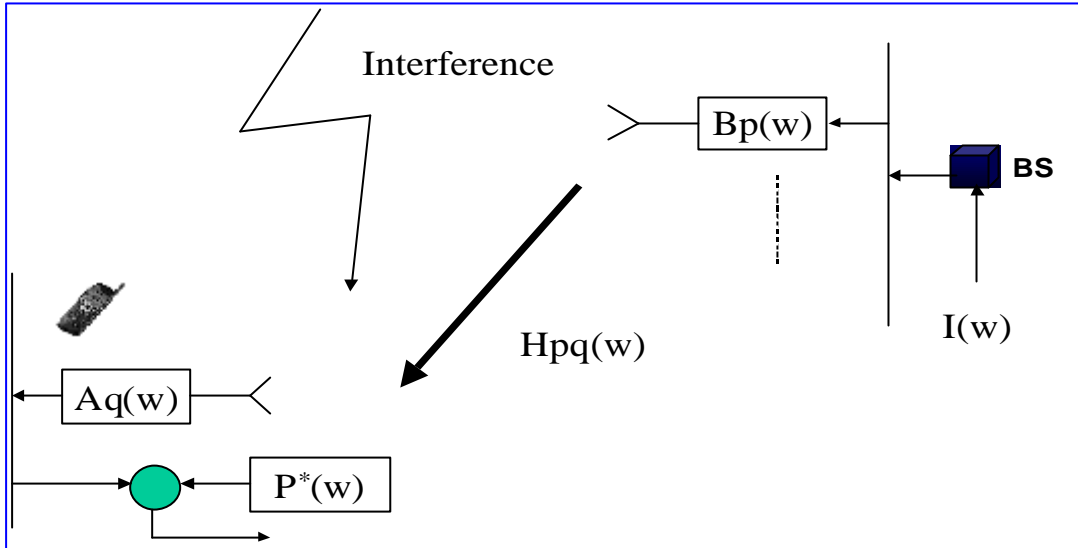


Figura 4.5. Diseño MDIR para sistema con diversidad en transmisión y recepción.

Nótese que al tratarse de una minimización con dos restricciones y la de la potencia transmitida, ambas independientes de la frecuencia, se requerirán dos multiplicadores de Lagrange. Con esto el Lagrangiano sería (4.32) donde se ha omitido la dependencia de todas las variables, menos los dos multiplicadores, con la frecuencia.

$$\Lambda = \frac{1}{2p} \int \left\langle \left\{ I(w) \cdot \left(\underline{A}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} - P^* \right)^2 + \underline{A}^H \cdot \underline{R}_n \cdot \underline{A} \right\} - I_1 \left(\underline{B}^H \cdot \underline{B} \right) - I_2 \left| \underline{A}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} \right|^2 \right\rangle dw \tag{4.32}$$

De las tres incógnitas, el caso de la DIR óptima es trivial y sería aquella que anula el termino en el que interviene. Con ello:

$$P(w) = \underline{B}^H(w) \cdot \underline{H}^H(w) \cdot \underline{A}(w) \tag{4.33}$$

Una vez eliminada la DIR, las derivadas parciales con respecto a los filtros, producen el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \underline{R}_n \cdot \underline{A} &= I_2 \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} \cdot \left(\underline{B}^H \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{A} \right) \\ I_1 \cdot \underline{B} &= I_2 \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{A} \cdot \left(\underline{A}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} \right) \end{aligned} \tag{4.34}$$

La sustitución de la primera en la segunda produce (4.35).

$$\underline{B} = \frac{I_2}{I_1} \left(\underline{H}^H \cdot \underline{R}_n^{-1} \cdot \underline{H} \right) \underline{B} \cdot \left| \underline{A}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} \right|^2 \tag{4.35}$$

En primer lugar nótese que esta ecuación plantea un problema de autovectores tradicional y que el ultimo termino es básicamente un escalar. La forma de resolverla es encontrar la solución a (4.36),

$$\underline{b} = \mathbf{f}_{min} \cdot \left(\underline{H}^H \cdot \underline{R}_n^{-1} \cdot \underline{H} \right) \underline{b} \quad (4.36)$$

Para su autovalor mínimo. A continuación, nótese que el autovector obtenido tiene norma unidad y que este no tiene porque ser el caso para el vector \underline{B} . Por esta razón, se propone que

$$\underline{B} = \mathbf{b} \cdot \underline{b} \quad (4.37)$$

Ahora se comenzara a encontrar tanto el parámetro anterior como los multiplicadores. En primer lugar note que

$$1 = \frac{I_2^2}{I_1 \mathbf{f}_{min}} \cdot \left| \underline{A}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B} \right|^2 \quad \text{o bien} \quad \frac{I_2^2}{I_1} = \frac{1}{2p} \int \mathbf{f}_{min} \cdot dw \quad (4.38)$$

Donde se ha empleado la segunda restricción y que los multiplicadores no dependen de la frecuencia. Por otro lado, la potencia de la señal recibida puede escribirse como

$$\left(\underline{A}^H \underline{H} \underline{B} \right) = I_2 \left(\underline{B}^H \underline{H}^H \underline{R}_n^{-1} \underline{H} \underline{B} \right) \left(\underline{A}^H \underline{H} \underline{B} \right) \quad (4.39)$$

Con lo que es obvio que

$$I_2 = \frac{1}{\left(\underline{B}^H \underline{H}^H \underline{R}_n^{-1} \underline{H} \underline{B} \right)} = \frac{\mathbf{f}_{min}}{\mathbf{b}^2} \quad (4.40)$$

De la condición de potencia que limita a S_T la integral de β^2 se obtiene definitivamente el segundo multiplicador.

$$I_2 = \frac{1}{S_T} \int \mathbf{f}_{min}(w) \cdot dw \quad (4.41)$$

Y que

$$I_1 = \frac{1}{S_T^2} \int \mathbf{f}_{min}(w) \cdot dw \quad (4.42)$$

Mas interesante es la expresión de la potencia que el sistema sitúa por cada banda de frecuencia w . Este valor viene dado por:

$$\underline{B}^H(w) \cdot \underline{B}(w) = \mathbf{b}^2(w) = S_T \frac{\mathbf{f}_{min}(w)}{\int \mathbf{f}_{min}(w) \cdot dw} \quad (4.43)$$

Por ultimo y caso de que se requiera el diseño del conformador receptor, este resulta ser (4.44). Con lo que le diseño formal seria el siguiente: Resolver para el autovalor mínimo la ecuación (4.36). Calcular la constante de distribución $\beta(w)$ y obtener $\underline{B}(w)$. Por ultimo, rehacer el diseño MDIR para el receptor o tomar (4.44) y (4.43) para el conformador del receptor y la DIR respectivamente.

$$\underline{A}(w) = \frac{\mathbf{f}_{min}(w)}{S_T^{1/2}} \cdot \underline{R}_n^{-1} \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{b} \quad (4.44)$$

Como podrá ver el lector, al margen del detalle en la demostración el procedimiento se reduce al calculo de un autovector y vía su autovalor la constante $\beta(w)$ para cada frecuencia o banda de frecuencia seleccionada.

Lo más interesante del resultado es, como siempre, su interpretación. En este aspecto la expresión (4.43) al entrañar, digamos, la inteligencia con que el sistema va situando la potencia, del total disponible o S_T , en cada banda de frecuencia es de gran interés. En primer lugar note que el autovalor mínimo es una manera de medir como es la relación señal a ruido que el canal proporciona. En un principio esta forma de enunciarlo parece desconectada o rara entre un valor algebraico y algo tan importante en ingeniería. Note que la matriz de (4.43) es, en cierto modo, el cociente entre el canal \underline{H} y el ruido. Para verlo mejor, imagine que la matriz del canal pasa a ser un vector (una sola antena transmisora) y que el ruido es blanco, la matriz pasa a ser un escalar que es precisamente el cociente entre la energía de los taps del canal, dividida por la potencia de ruido. Esto hace evidente que el autovalor de la matriz, en su expresión general, es un indicador de “lo bien” que está el canal versus ruido. En otras palabras, si en una frecuencia el ruido es pequeño y/o el canal no atenúa el autovalor mínimo tomara un gran valor. Por otro lado, si el canal está en fading profundo a esa frecuencia o el ruido es muy elevado el autovalor mínimo de la matriz será muy pequeño. Esta es la habilidad del diseño que es un principio universal en comunicaciones, cuando trabajando con diversidad, un canal (frecuencial o espacial) está dañado o va mal no se debe situar potencia en él. Esta es la filosofía, fuerte y sencilla a la vez, que tiene la ecuación (4.43). De hecho, el lector podrá ver que esta ecuación es el argumento básico en los denominados algoritmos denominados “water filling”, es decir, de con qué prioridad se va dando potencia a los canales que han de trabajar en diversidad. En la Figura 4.6 puede verse a la izquierda (inversa de autovalor mínimo encontrado a cada frecuencia) uno de los canales con un fading frecuencial en los bordes de la banda. A la derecha puede verse como la distribución de potencia es proporcional a la calidad del canal

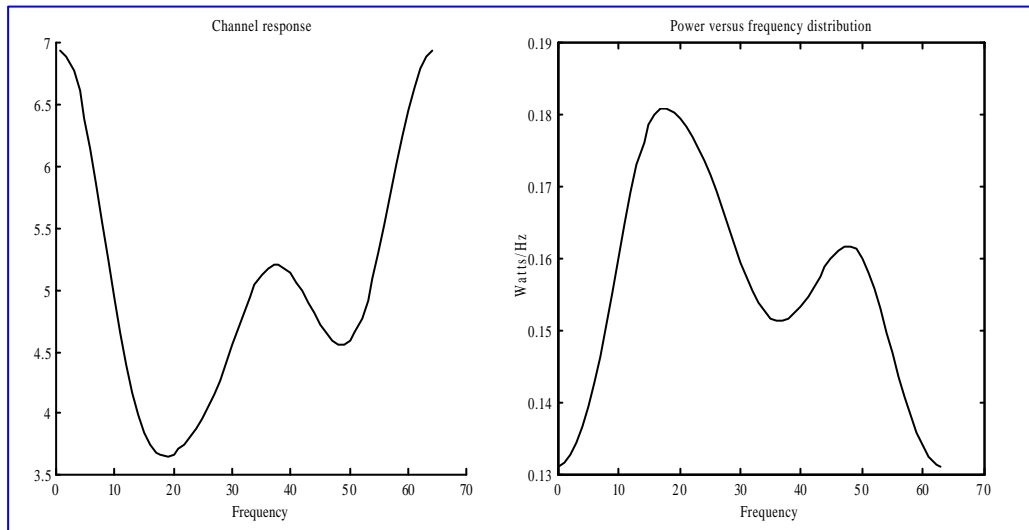


Figura 4.6. Ilustración entre la bondad del canal (inversa del autovalor mínimo a cada frecuencia) y la distribución de potencia en el caso de ruido blanco y ausencia de interferencia co-canal.

Nótese que el diseño obtenido en frecuencia ha de pasarse a diseños tipo FIR y que la fase de $\beta(\omega)$ no ha quedado especificada, tan solo su módulo, y este grado de libertad, como se ha mencionado, ha de utilizarse para hacer mínimo el error de aproximación de la respuesta en frecuencia por los correspondientes FIR. Asimismo, note que sistemas de comunicaciones trabajando en FDSS o OFDM no requieren este último paso, su naturaleza multiportadora permite la realización directa de las funciones frecuenciales obtenidas. Note también que, en este último caso, el conjunto de frecuencias para resolver en el autovector se limita al conjunto de portadoras empleadas.

Es de destacar que el tipo de diseño analizado se puede usar directamente en una situación diferente y de gran actualidad. Es previsible que en base a la demanda de tráfico más de una estación haya de servir al mismo UE. En esta situación dos o tres BS han de conformarse para proporcionar el mejor canal al UE. Note que si se asumen tres BS para un solo UE el caso es equivalente a tres antenas transmisoras para el UE. A modo de ejemplo, considere el escenario de la Figura 4.7.

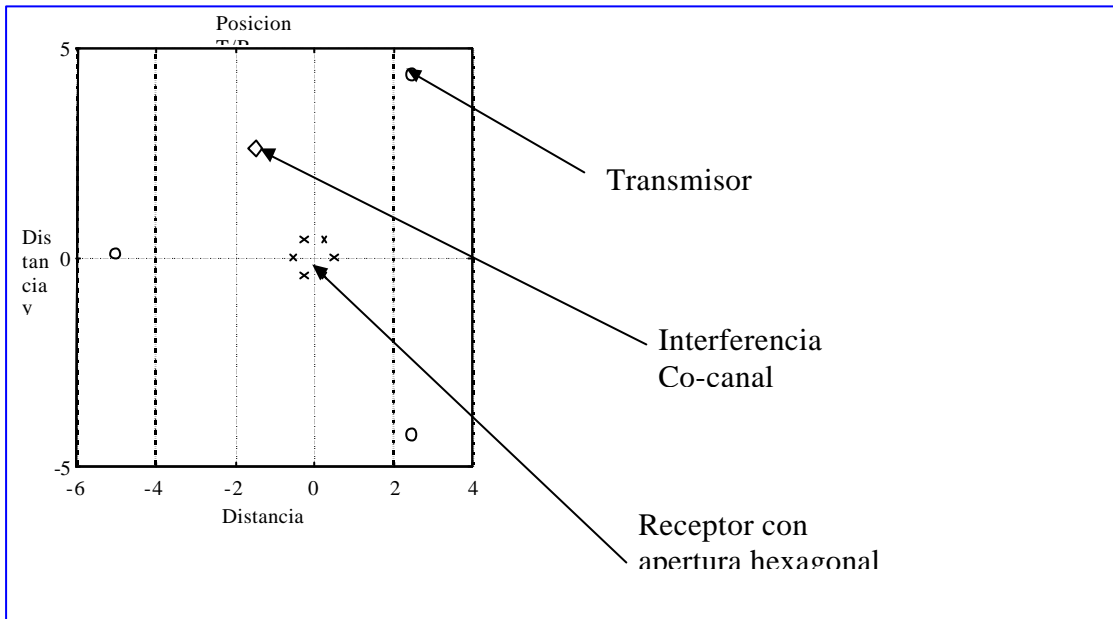


Figura 4.7. Escenario con tres estaciones servidoras en posiciones geográficas diferentes. El receptor está situado en el centro y dispone de una apertura de 6 elementos hexagonal. Una interferencia co-canal interfiere al receptor desde la dirección indicada.

En la siguiente figura puede verse la respuesta del receptor así como su nulo profundo en la dirección de la interferencia. Se ha representado a la derecha el nivel de señal emitido por cada BS denotándose que ninguno de los canales se encuentra en fading.

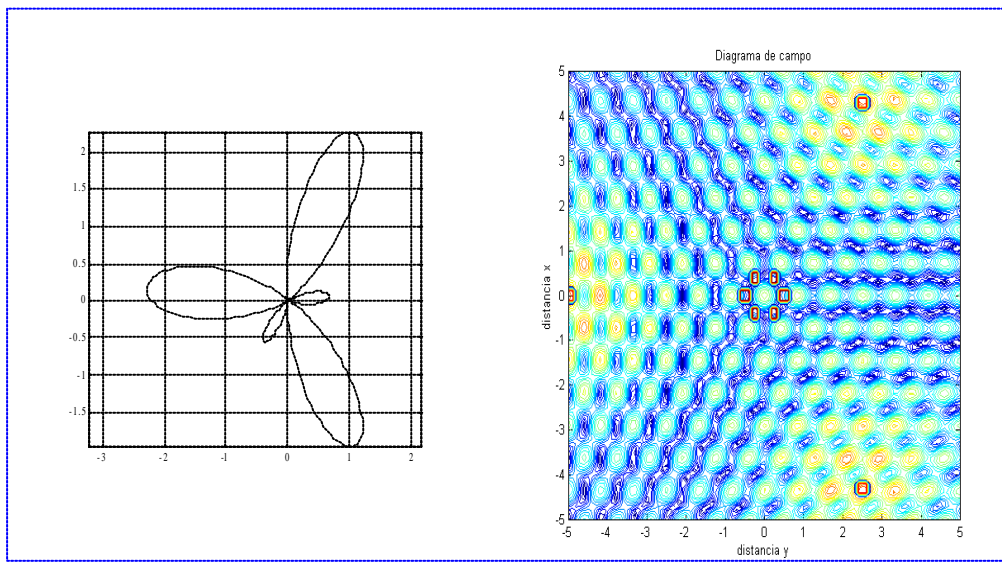


Figura 4.8. Factor de array del receptor a la frecuencia central (izquierda) y nivel de señal a la derecha.

En la Figura 4.9, puede verse como el canal de la BS de abajo a la derecha está en fading respecto a la UE, esta en correspondencia no dedica ningún haz hacia ella ni el sistema de transmisor le asigna potencia alguna.

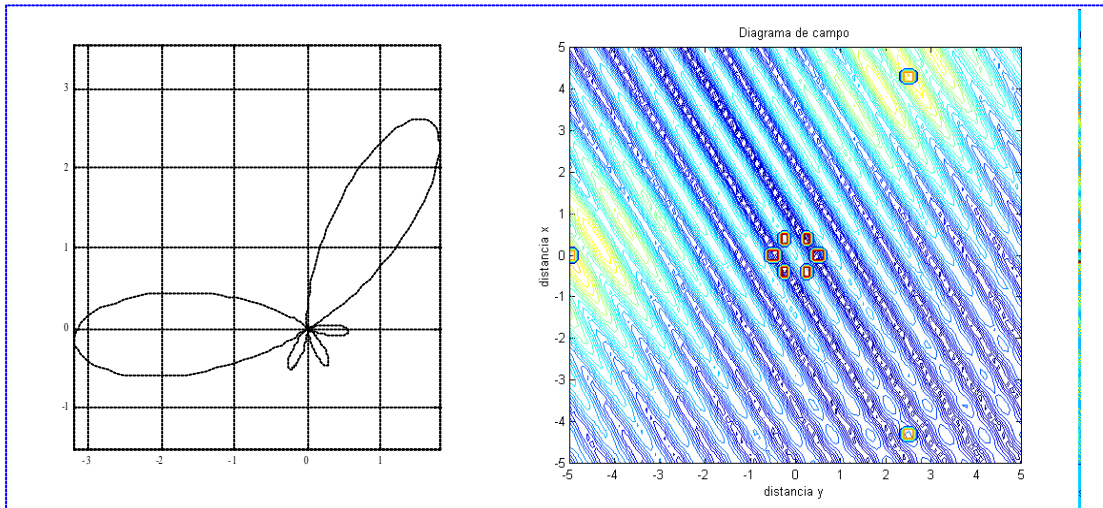


Figura 4.9. Igual escenario que en 4.5 pero con el canal de una de las BS en fading.

A nivel temporal, en la figura 4.10 se ilustran las respuestas impulsionales de los tres canales de cada una de las BS a la UE.

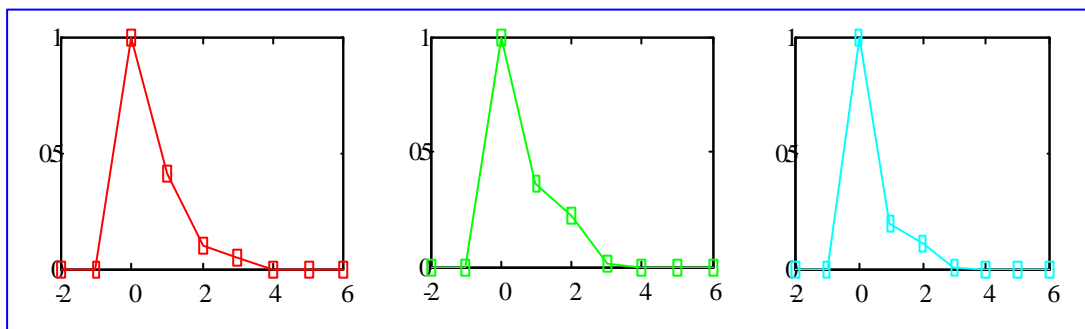


Figura 4.10. ISI de los canales de las BS a la UE.

Con esta situación y una modulación BPSK, las constelación recibida por la UE se muestra a la izquierda en la figura 4.11. Al usar los filtros terminales, el resultado puede verse a la derecha de la misma figura. Ambos resultados para una E_b/N_0 de 11 dB.

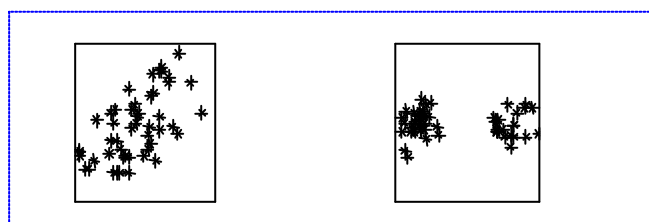


Figura 4.11. Constelación recibida sin proceso de diversidad (izquierda) y con proceso de diversidad derecha.

Por ultimo, es interesante destacar que las soluciones del tipo MMSE y ZF presentan una estructura similar. De hecho los filtros del transmisor se obtienen de la misma ecuación y en lo que difieren básicamente es en las constantes y en el conformador del receptor. Así pues, en resumen puede decirse que la matriz $\mathbf{H}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H}$ define completamente el sistema de proceso de diversidad espacial en el transmisor. Es necesario insistir que por tanto este diseño, al igual que todos los que no sean de codificación de canal, en el transmisor requieren información del estado del canal de transmisión que este ve hacia la UE (información CSI).

IV.4 FILTROS TERMINALES: CANAL MIMO Y SELECTIVO EN FRECUENCIA.

El presente apartado contiene de un modo formal, mas resumido y con carácter absolutamente general lo expuesto en el apartado anterior.

Se plantea de nuevo el filtro de los dos conformadores de banda ancha $\underline{A}(w)$ y $\underline{B}(w)$ para el receptor y el transmisor respectivamente. Se comenzara en primer lugar con el caso de zero-forcing o ZF. En este caso la condicion que han de cumplir los conformadores sera (4.45). Notese que la expresion a minimizar es básicamente la suma en dB del ruido recibido mas la energia transmitida.

$$\begin{aligned} \underline{A}^H \underline{H} \underline{B} &= 1 \quad \forall w \\ \int \underline{A}^H \underline{A} dw & \quad \int \underline{B}^H \underline{B} dw \quad \Big|_{\min imo} \end{aligned} \quad (4.45)$$

La solucion a la minimización pasa porque el modulo de ambos conformadores sea identico, con lo que es facil derivar su expresion en funcion de los autovectores asociados al autovalor maximo, a la izquierda y a la derecha de la matriz del canal. La solucion, asi como la SNR resultante aparecen en (4.46). En esta expresion, B_T es el ancho de banda de transmision. Todas las variavles o vectores dependen de la frecuencia aunque no se haya denotado espezificamente dicha dependencia en la formulacion.

$$\begin{aligned} \underline{B}(w) &= \underline{e}_{ma} \cdot \underline{I}_{\max}^{-1/4} \\ \underline{A}(w) &= \underline{v}_{ma} \cdot \underline{I}_{\max}^{-1/4} \\ SNR_{ZF} &= \frac{E_T \cdot B_T}{\left(\int \underline{I}_{\max}^{-1/2} \right)^2} \end{aligned} \quad (4.46)$$

En el caso de usar deteccion de secuencias, la SNR aparece en (4.47). Notese que se ha considerado que el ruido es blanco y con matriz de covarianza espectral igual a la identidad. El proceso de diseño no se ve alterado sustancialmente si se incluye una matriz de covarianza espectral cualquiera diferente de la identidad.

$$SNR = \frac{\int |\underline{A}^H \underline{H} \underline{B}|^2}{\int \underline{A}^H \underline{A}} \quad (4.47)$$

Al añadir la restriccion de que el conformador del receptor no debe colorear el ruido para no complicar el detector de secuencias, de otro modo, el calculo de la metrica se complicaria, la SNR puede escribirse de nuevo según sigue:

$$SNR \leq \frac{\int (\underline{A}^H \underline{A}) (\underline{B}^H \underline{H}^H \underline{H} \underline{B})}{\int \underline{A}^H \underline{A}} \quad (4.48)$$

Que se convierte en igualdad cuando

$$\underline{A} \propto \underline{H} \underline{B} \quad (4.49)$$

Al añadir la restriccion de no colorear el ruido

$$\underline{A}^H \underline{A} = 1 \quad \forall w \quad (4.50)$$

Se obtiene el diseño definitivo del receptor y la SNR maxima correspondiente.

$$\underline{A}(w) = \frac{\underline{H} \cdot \underline{B}}{\left(\underline{B}^H \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B}\right)^{1/2}} \tag{4.51}$$

$$SNR = \frac{1}{B_T} \int \underline{B}^H \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B}$$

Para continuar el proceso de maximización, es necesario escribir la SNR que se desea maximizar en terminos de la energía transmitida. Esta expresión resulta ser (4.52).

$$SNR = \frac{E_T}{B_T} \cdot \frac{\int \underline{B}^H \cdot \underline{H}^H \cdot \underline{H} \cdot \underline{B}}{\int \underline{B}^H \cdot \underline{B}} \tag{4.52}$$

La solución para el conformador del transmisor es, en cierto modo, patológica en el sentido de que esta recomienda concentrar toda la energía en el máximo de la respuesta frecuencial del canal, es decir, a la frecuencia donde se produce el máximo del máximo autovalor. Para ver, de una manera gradual el porque de esta solución, se considerara que salvo constantes, el conformador óptimo ha de estar adaptado al canal, es decir, será proporcional al autovalor máximo de $\underline{H}^H(w) \cdot \underline{H}(w)$. La constante que acompaña al autovector máximo se pondrá en función del autovalor máximo como λ_{\max}^n . Con esta formulación, los conformadores y la SNR respectiva aparecen en (4.53) para cualquier n.

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{v}_{ma} \\ \underline{B} &= \underline{e}_{ma} \cdot I_{\max}^n \\ DIR &= I_{\max}^{n-0.5} \\ SNR(n) &= \frac{E_T}{B_T} \cdot \frac{\int I_{\max}^{2n+1}}{\int I_{\max}^{2n}} \end{aligned} \tag{4.53}$$

Dado que es fácil comprobar que $SNR(n) > SNR(n-0.5)$ claramente, a medida que se incrementa el n toda la potencia se la quedara el máximo, en la frecuencia correspondiente, del autovalor máximo. Es decir, toda la energía se transmitiría en una sola frecuencia que es aquella donde mayor ganancia presenta el canal. No obstante, es interesante observar otras soluciones y las contrapartidas que estas ofrecen. Por ejemplo, el caso de n igual a -0.5, el sistema carece de DIR pero la SNR resultante es inferior a la obtenida con ZF.

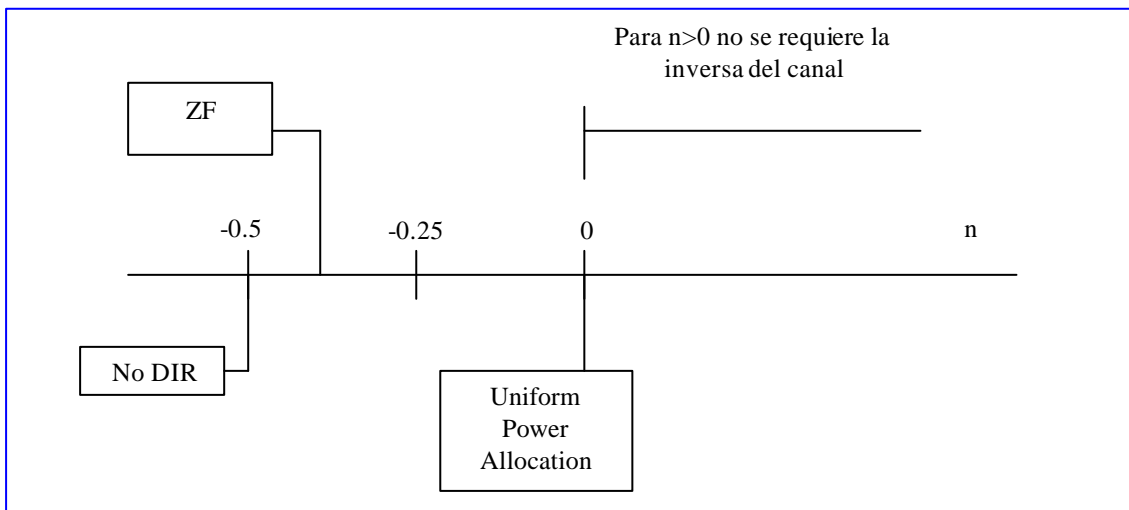


Figura 4.11. Soluciones para canal MIMO selectivo en frecuencia

$$SNR_{ZF} = \frac{E_T \cdot B_T}{\left(\int \mathbf{I}_{\max}^{-1/2}\right)} \geq \frac{E_T}{\int \mathbf{I}_{\max}^{-1}} = SNR(n = -0.5) \tag{4.54}$$

Al mismo tiempo, el caso de n igual a -0.25 prueba ser ya mejor que ZF. El otro caso interesante es n igual a cero. En este caso estamos ante una distribución de potencia uniforme con la frecuencia, lo que se denomina "uniform power allocation" que es mejor que zero forcing y, como se vera, es crucial en el caso de tratar de maximizar capacidad. Finalmente, en la figura 4.11 se expone la ordenación den calidad, con n creciente, de las diferentes soluciones. En el siguiente apartado se analiza el caso del canal MISO, es decir, solo con diversidad en transmisión. AL serla matriz del canal de rango uno, el diseño se simplifica, pudiendose entrar en detalles como escalabilidad y robustez del diseño.

Antes de pasar al siguiente apartado se analizara el caso, al igual que se hizo para flat-fading, de que el CSI sea nulo.

El procedimiento en ausencia de CSI es de nuevo mini-max. La jugada del canal tiene ahora dos pasos. En el primer paso se toma la misma cota que en flat-fading, es decir, el canal juega a situar el autovalor minimo a todas la frecuencias disponibles en el ancho de banda de transmisión.

$$\min_{\underline{\underline{H}}(w)} SNR = \frac{E_T}{B_T} \cdot \frac{\int \mathbf{I}_{\min}(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}}) |\underline{\underline{B}}|^2 dw}{\int |\underline{\underline{B}}|^2 dw} \tag{4.55}$$

Esta solucion corresponde al caso de que se garantice un minimo del autovalor minimo del canal. Notese que este recinto, aparentemente mas restrictivo que la traza que se utilizo en flat-fading, no lo es tanto si se tiene en cuenta que aplica a todo el ancho de banda disponible.

$$\min_{\underline{\underline{H}}(w)} SNR = \frac{E_T}{B_T} \cdot \frac{\int \mathbf{I}_{\min}(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}}) |\underline{\underline{B}}|^2 dw}{\int |\underline{\underline{B}}|^2 dw} \geq \frac{E_T}{B_T} \cdot \frac{|\underline{\underline{B}}|_{\min}^2 \int \mathbf{I}_{\min}(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}}) dw}{\int |\underline{\underline{B}}|^2 dw} \tag{4.56}$$

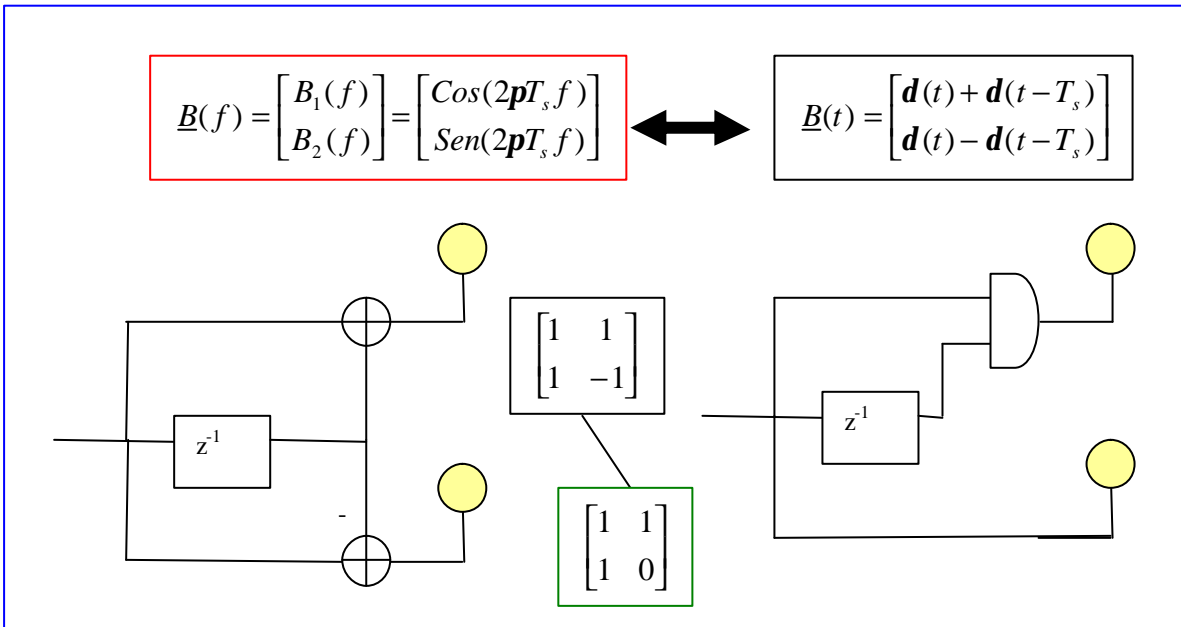


Figura 4.12. Canal MIMO sin CSI. Respuesta impulsionales cuyas transformadas de Fourier, Sen(.) Cos(.) respectivamente, suman sus cuadrados la unidad. A la derecha se muestra la versión cuantificada a un bit del procesador temporal.

La maximización según el conformador del transmisor pasa por maximizar el mínimo con una energía transmitida fijada y cuya solución es que la norma del conformador sea constante con la frecuencia.

$$|\underline{B}(w)|^2 = cte = \sum_{m=1}^P |B_m(w)|^2 \quad (4.57)$$

De nuevo las soluciones a este diseño están muy relacionadas con las series de Fourier. Notese que un diseño sencillo consiste en combinar Sen(.) y Cos(.) a nivel frecuencial. Por ejemplo, en el caso de dos antenas transmisoras, y a nivel temporal, las respuestas de la Figura 4.12 producen una transformada de Fourier cuyos módulos suman constante.

El procedimiento es fácil de extrapolar a caso diferentes. En (4.58) se muestra un caso del conformador de banda ancha para el caso de seis antenas transmisoras.

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

IV.5 DIVERSIDAD SOLO EN TRANSMISION: CANAL SELECTIVO Y DISEÑO ESCALABLE.

En este apartado se revisarán los aspectos más importantes del empleo de diversidad espacial en el transmisor únicamente, es decir, considerando que, a todos los efectos, el receptor no cuenta con diversidad espacial o esta no es utilizable.

El esquema para el transmisor será de rango uno, es decir, la trama de símbolos de información es única como lo es el sistema de proceso del transmisor para esa trama. Aunque el diseño ha de llegar a la implementación, habitualmente en tiempo, este se realizara en frecuencia y, tan solo, al finalizar se traducirá el diseño frecuencial en temporal. Nótese también que, aunque el caso de rango uno pueda parecer particular, el caso de rango múltiple únicamente conlleva, adicionalmente a lo que se expone, la asignación de potencia o eficiencia espectral por cada trama o canal de frecuencia. Por todo ello, el caso MISO (múltiple input single output) constituye la mejor arquitectura para examinar con brevedad los sistemas expuestos y la generalidad que una visión desde filtros terminales proporciona a sistemas de comunicación modernos. El esquema del procesador a diseñar se presenta en la Figura 4.13.

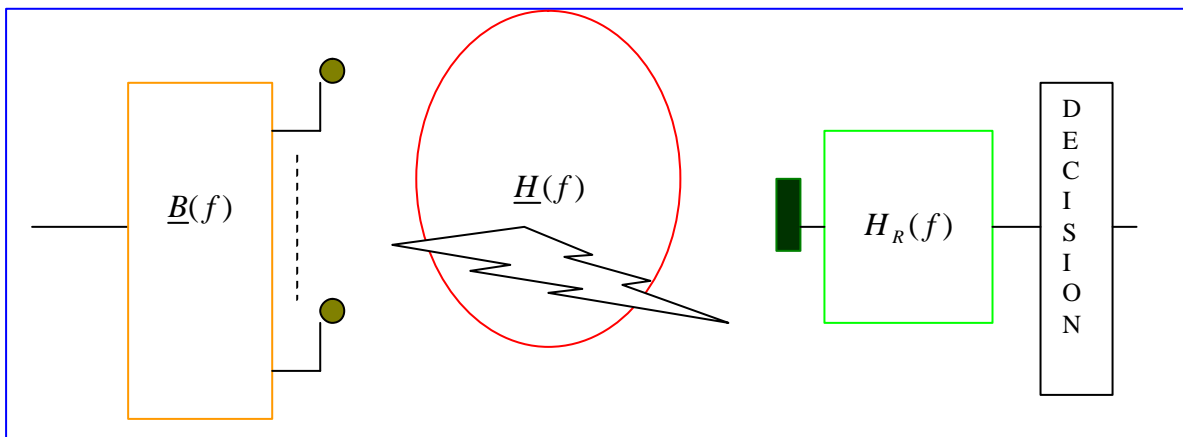


Figura 4.13. Diseño de filtros terminales para sistema MISO con desvanecimiento selectivo. Proceso de rango uno de la información transmitida.

Como puede verse, el sistema no es de decisión secuencial y por lo tanto pertenece a la alternativa de no-distorsión o detección instantánea. No obstante, el caso de emplear detección de secuencias no altera el diseño, ya que, en el caso de CSI perfecto, el procesador óptimo es el autovector máximo de la matriz de canal, al igual que el caso que nos ocupa. Como quiera que al ser canal MISO la matriz de canal es de rango unidad, el procesador del transmisor será idéntico a la respuesta de canal, normalizada a energía unidad como corresponde al autovector.

$$\underline{B}(f) = \frac{\underline{H}(f)}{|\underline{H}(f)|} \quad (4.59)$$

Esta solución cambia de un diseño a otro, dependiendo de la complejidad que se le quiere dar al filtro del receptor. En (4.60.a) se expone la expresión para máxima SNR con mínima potencia transmitida, y en (4.60.b) la de menor complejidad en el receptor.

$$\underline{B}(f) = \frac{1}{|\underline{H}|^{3/2}} \cdot \underline{H}(f) \quad H_R(f) = \frac{1}{|\underline{H}|^{1/2}} \quad ; \forall f \in B_T \quad (4.60.a)$$

$$\underline{B}(f) = \frac{1}{|\underline{H}|^2} \cdot \underline{H}(f) \quad H_R(f) = 1 \quad ; \forall f \in B_T \quad (4.60.b)$$

En ambos casos, puede verse que el proceso de transmisión se divide en dos bloques: El primer bloque es un filtro inverso con restricciones de modulo y el segundo no es mas que un 2-D Rake donde cada respuesta impulsional de las ramas del conformador es un filtro adaptado a la respuesta del canal correspondiente.

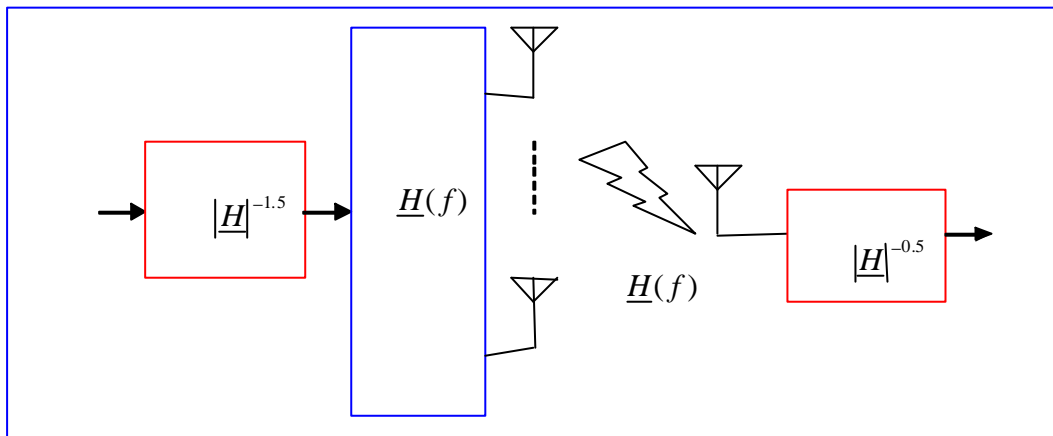


Figura 4.14. Descomposición del procesador óptimo del transmisor en un filtro seguido de un procesador 2D-Rake adaptado al canal MISO.

El diseño del filtro inverso puede realizarse vía predicción lineal con restricción de modulo, es decir, el predictor se diseña sobre un periodograma igual al cuadrado de la respuesta que se desea obtener. Para impedir que el predictor genere la solución de fase mínima, se toma predicción lineal central lo que, a costa de incrementar la longitud de coeficientes al doble, garantiza fase lineal tanto en (55.a) como en (55.b). Con este diseño, empleando FFT y Levinson se obtiene el procesador óptimo de diversidad en TX y el filtro terminal óptimo de Rx (caso de elegir el diseño óptimo). Sin duda, no existe alternativa mas sencilla y eficiente para el diseño de procesado MISO.

En la Figura 4.14 puede verse que el diseño del procesador obtenido permite subdividirle en dos partes claramente diferenciadas, la primera monocanal con el filtro diseñado con fase lineal, seguida de la segunda multicaril. La gran ventaja de esta separación es que la parte multicaril es justo un filtro adaptado al canal MISO, que permite cargar el canal de retorno directamente con la información del canal de transmisión. De este modo, al no requerirse un proceso adicional desde el CSI al procesador a implementar, los problemas de capacidad, cuantificación o BER en el canal de retorno tienen una

formulación precisa, cuantificable y de impacto directo en la calidad de la transmisión. Dicho de otro modo, en el diseño MIMO y para la información de canal se usa SVD. Dada la complejidad requerida en SVD, se hace casi imposible formular, y menos diseñar, el impacto que, tanto la BER como la cuantificación en el canal de retorno tendrán en el diseño del procesador del transmisor; menos aun, en la calidad de servicio global. Esta es la gran ventaja de la separabilidad entre el proceso multicanal y monocanal del transmisor.

Otro aspecto remarcable del diseño obtenido es que la cuantificación de los coeficientes del procesador, es decir de los coeficientes del canal, puede realizarse por iniciativa del transmisor. Resultado indirecto de la cuantificación es que, cuando se preserva el tap mas elevado, el esquema resultante llega al diseño denominado de selección de antena. Es decir, en este diseño solo se respeta un tap por canal, siempre y cuando este tap máximo sobrepase un umbral. Por ejemplo, cuando de cuatro antenas y los cuatro canales correspondientes, se normaliza la dinámica al máximo de todos, y a continuación se le somete a una mascara que actúa de umbral, ocurre que, por ejemplo, tan solo la antena dos y la cuatro tienen coeficientes por encima del umbral. Se esta pues ante una reducción dramática de complejidad, ya que solo un número limitado de operaciones son necesarias, en lugar de la severa complejidad que requeriría un procesador óptimo. Además, si los coeficientes que sobrepasan el umbral se cuantifican a un solo bit, entonces el sistema toma la forma de un codificador espacio temporal, con la mayor reducción de complejidad que puede imaginarse para este tipo de procesadores.

A nivel de ejemplo y ante un sistema de cuatro antenas de transmisión, la siguiente colección de matrices representa la escalabilidad de la complejidad del diseño conseguido. Es importante resaltar que no otro diseño presenta esta cualidad.

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 2 & 1.5 & 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 & 0.6 & 0.03 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}$$

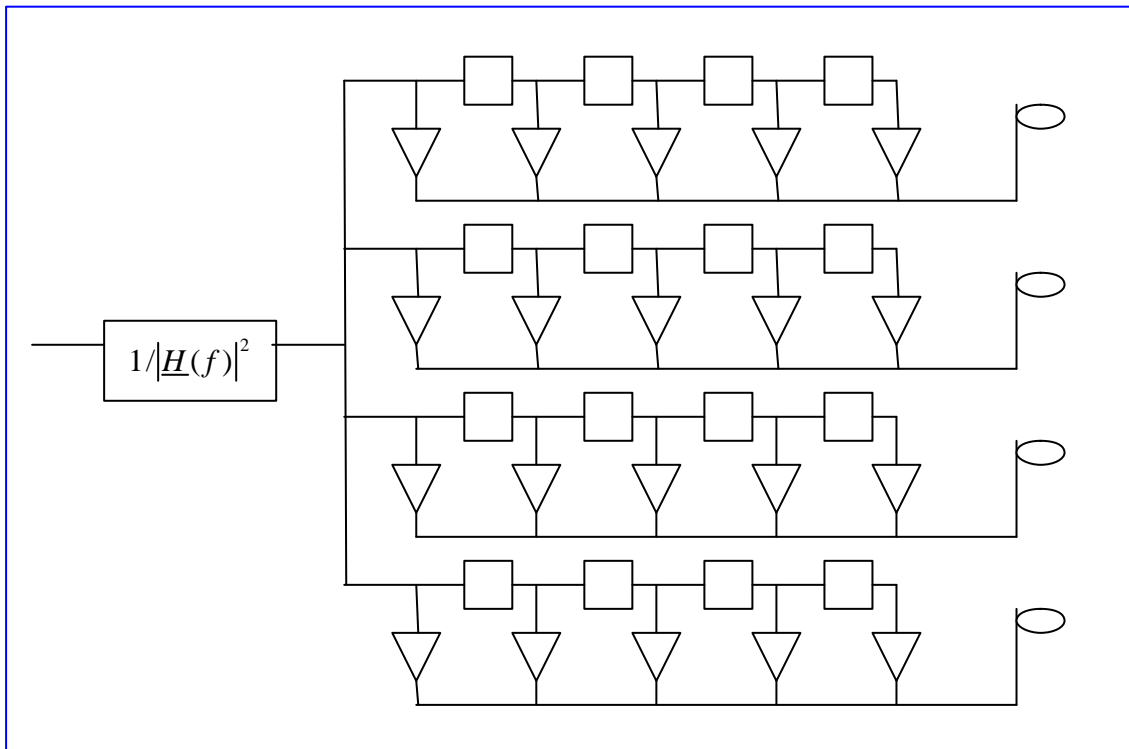


Figura 4.15. Diseño completo (CSI perfecto) canal MISO.

Esta matriz representa la respuesta impulsional de los cuatro canales en cada fila, por columnas están las cuatro antenas de las que dispone el transmisor. Se supone que esta es la medida que el receptor

dispone del canal, por tanto, para su transmisión por el canal de retorno, señala primero la dinámica y después la matriz normalizada. Es decir, transmitiría [1 2 1 1] como dinámicas y a continuación los valores normalizados y cuantificados.

$$h_{=n} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.15 & 0.05 & 0 \\ 1 & 0.75 & 0.35 & 0.1 & 0.05 \\ 0.05 & 0.1 & 0.35 & 0.3 & 0.015 \\ 0.1 & 0.15 & 0.2 & 0.2 & 0.05 \end{bmatrix}$$

En el receptor, el diseño mas correcto conlleva un filtro de fase lineal seguido de un 2-D Rake con los coeficientes de la matriz. Este diseño, el más complejo, entraña 20 multiplicaciones por 'snapshot' mas las operaciones del filtro lineal.

Un diseño menos complejo seria someter a un umbral, antes de cuantificar a los coeficientes del canal. Así, por ejemplo, un umbral al 20% del máximo (el máximo es dos) daría lugar a la siguiente matriz de proceso:

$$h_{=u} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1.5 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

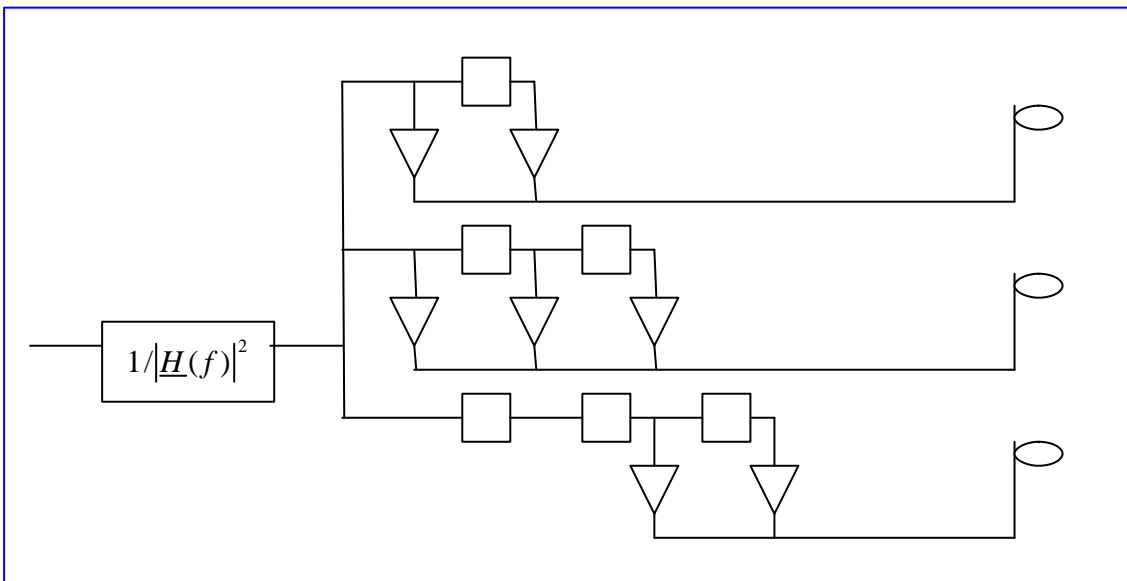


Figura 4.16. Diseño basado en los coeficientes mas significativos, correspondiente al canal MISO del texto.

Nótese que esta simplificación, que suprime menos del 13% de la energía del canal, reduce las operaciones a tan solo 7, en lugar de 20. Además, el diseño revela que el empleo de la cuarta antena, en desvanecimiento severo, no merece la pena emplearse, con lo que el reparto de energía es mas adecuado sobre las otras tres antenas.

Otro nivel mas en la escalabilidad, seria imponer un umbral superior hasta llegar (también se puede fijar a priori) a tan solo tres coeficientes. El procesador se reduce ahora a tres operaciones:

$$h_{=ud} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

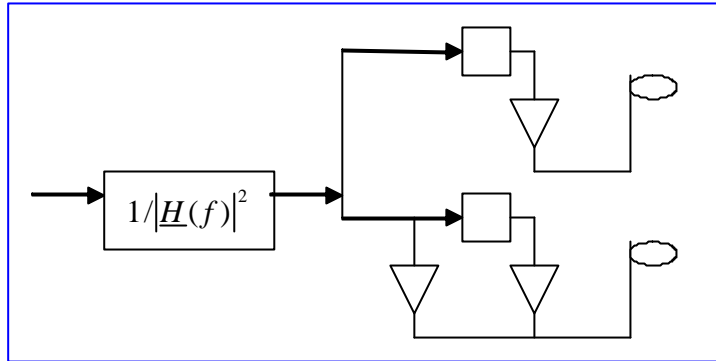


Figura 4.17. Diseño optimizado a una complejidad dad (en la figura 3 coeficientes).

A continuación, la cuantificación de los valores anteriores reduciría estos a 3 coeficientes mas sencillos.

El ultimo paso seria tomar tan solo el tap mas alto, lo que daría lugar al criterio de “antena selection” en el que tan solo la antena dos se emplearía para la transmisión. Nótese que, a este criterio se llegaría también procediendo por seleccionar tan solo un tap por antena y a continuación someter a umbral de energía al resto de coeficientes del canal espacial correspondiente.

$$h_{=as} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

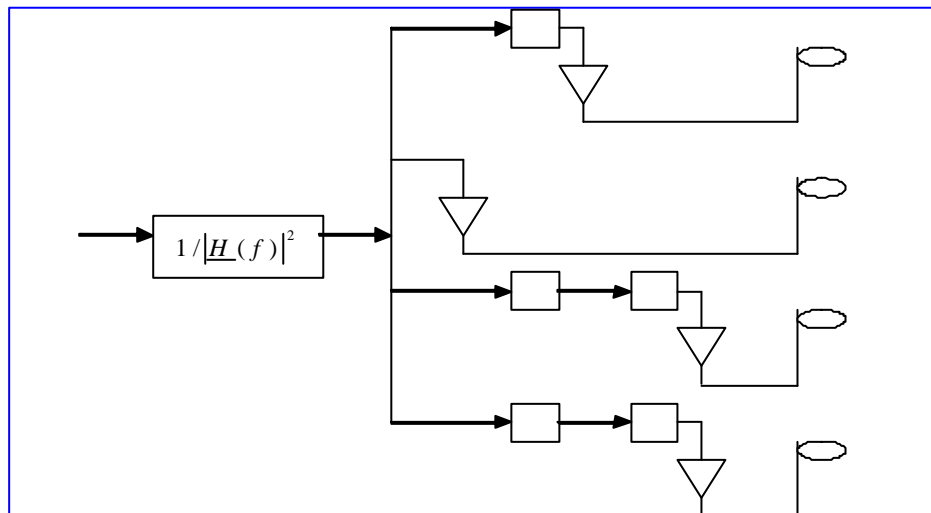


Figura 4.18. Diseño para el tap mas significativo.

Todas las soluciones expuestas forman una gama de posibilidades donde, para el mismo sistema de transmisión, el control del sistema puede escalar complejidad versus calidad. Es mas, aun

cuantificando fuerte, el empleo de MDIR en el receptor, con detector de secuencias, compensaría todas o la mayor parte de las simplificaciones.

A continuación, se expone un ejemplo de cómo la solución óptima, y mas compleja, puede estar muy próxima de la sub-óptima y siendo extremadamente simple.

En la Figura 4.19 puede verse un esquema de selección de antena para un sistema 3G y multiusuario. El empleo de estos sistemas ha sido la única contribución de las técnicas de array processing a modelos de demostración en la tercera generación de radio. Cada usuario va provisto de una secuencia de referencia diferente y, a su vez, el receptor requiere de detección conjunta.

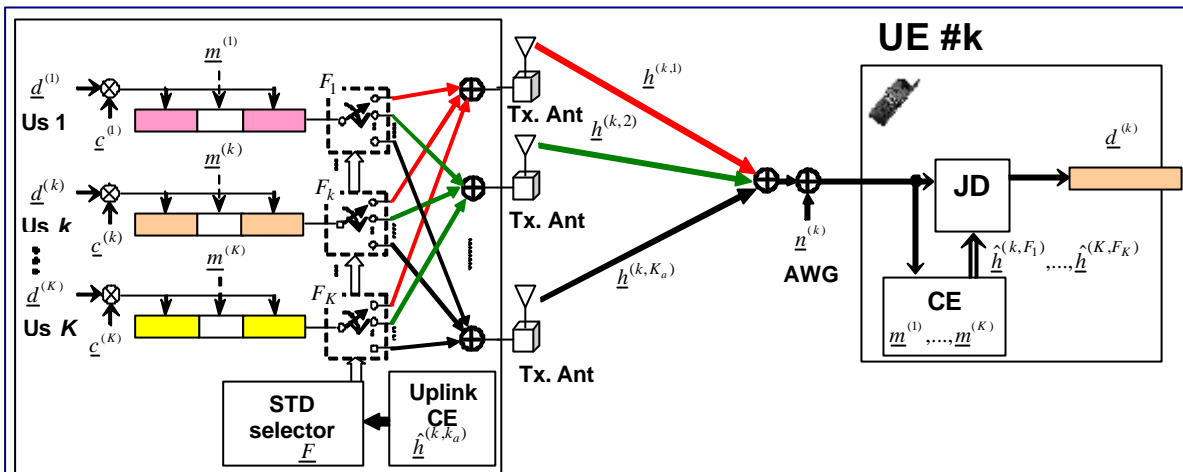


Figura 4.19. El concepto de selección de antena en un sistema 3G multiusuario.

Es importante destacar en el esquema anterior que el filtro monocanal no se ve apenas alterado por las simplificaciones, ya que este depende del modulo al cuadrado de la respuesta global de los cuatro filtros y, por tanto, el impacto porcentual de las simplificaciones modifican muy poco su repuesta frecuencial.

A continuación se mostrara con un ejemplo la viabilidad de lo expuesto. En el diseño que sigue se presentaran resultados para el caso de cuatro antenas transmisoras con canal selectivo de 5 coeficientes.

En primer lugar, la siguiente figura presenta la calidad del diseño de Levinson para predictor central que se recomienda para el diseño del filtro monocanal. La figura revela la calidad de la respuesta diseñada y la óptima en frecuencia.

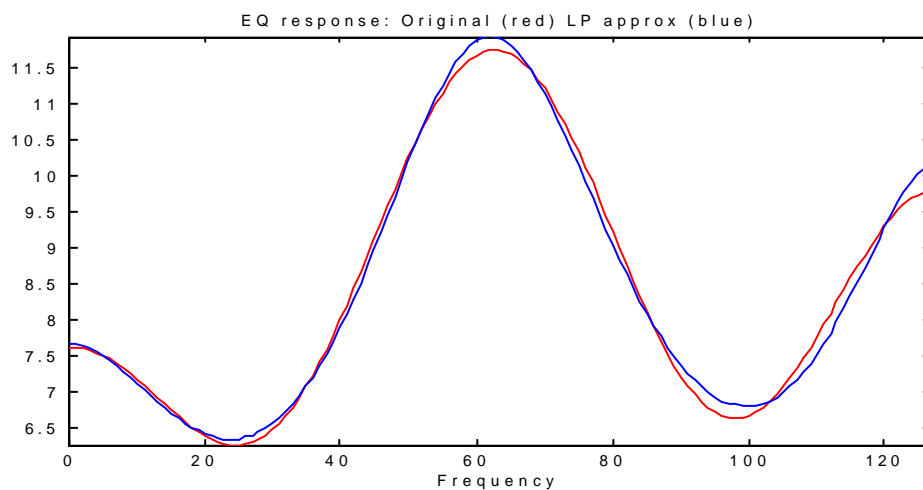


Figura 4.20. Respuesta a diseñar y respuesta del predictor central para el filtro monocanal. Puede apreciarse la bondad de la respuesta frecuencial conseguida.

A continuación se representa, para una modulación BPSK, los histogramas de la señal transmitida en cada una de las antenas transmisoras. Puede ver el lector hasta que punto la constelación pierde toda su nitidez debido al preprocesado del transmisor.

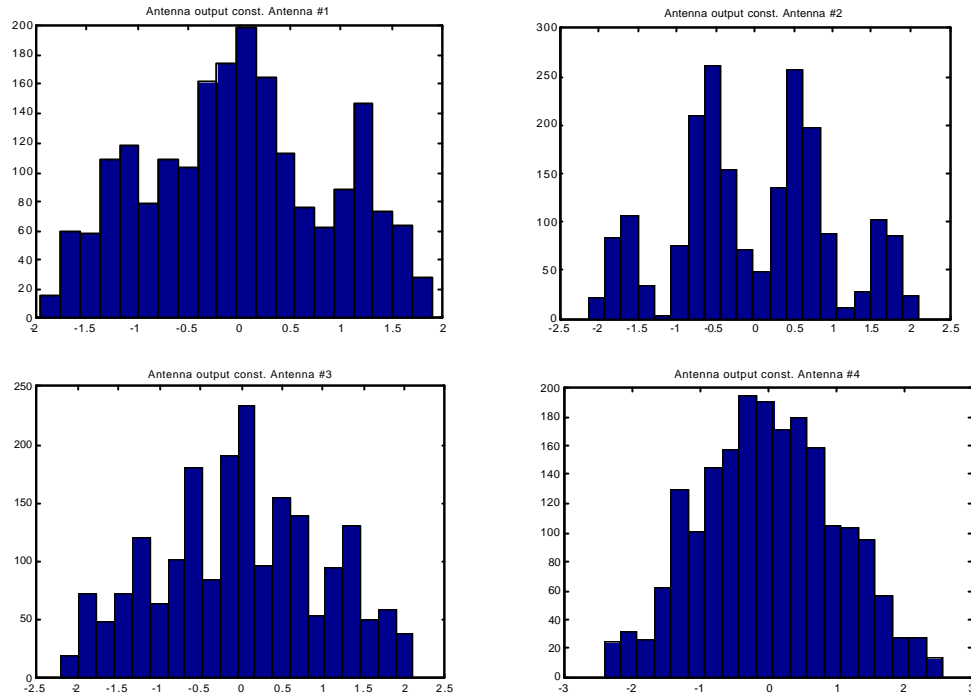


Figura 4.21. Constelaciones radiadas por cada antena (histogramas) para un formato BPSK de transporte.

En la siguiente figura puede verse el espectacular resultado de cómo el paso de las cuatro señales por el canal reconstruye la constelación original, permitiendo al receptor ser simplemente un umbral de decisión en cero, como corresponde a un canal ideal. La E_b/N_0 de la señal en transmisión era de 12dB.

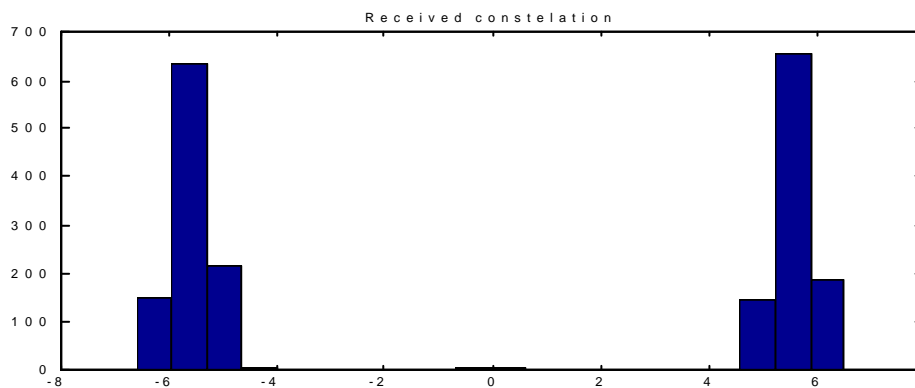


Figura 4.22. Constelación en el receptor, antes del detector instantáneo. Puede apreciarse como la pre-distorsión del transmisor permite regenerar perfectamente la constelación BPSK para una E_b/N_0 de 11 dB.

Por último, dentro de este diseño, se presenta la respuesta en frecuencia de pre-procesado mas canal, en la que su buena planicidad evidencia que el sistema logrado presenta una respuesta excelente. Todo al margen del formato de transporte, lo que la hace válida incluso para el caso de modulaciones tradicionales analógicas.

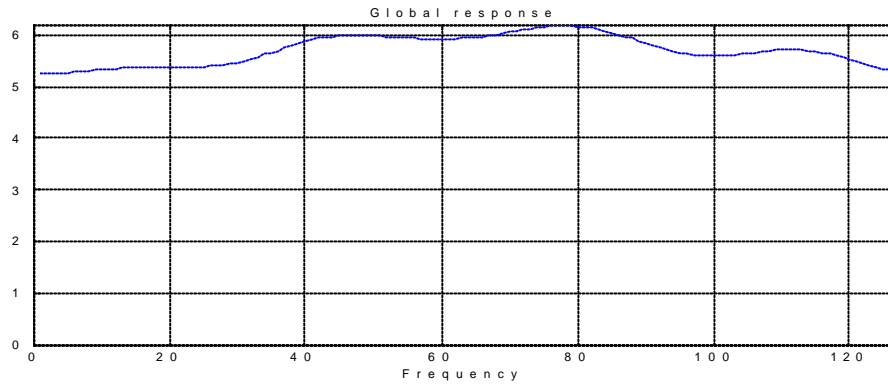


Figura 4.23. Respuesta global obtenida para un diseño idealmente sin distorsión.

En el caso anterior se ha usado la matriz de canal sin cuantificar y estimada en el receptor. Es decir, se ha asumido un canal de retorno ideal y sin limitaciones de complejidad en el transmisor. El caso que sigue evidenciara al lector la extraordinaria robustez que la solución descrita presenta a problemas en canal de retorno o limitaciones de complejidad. Ahora se usara el mismo canal, manteniendo la EbNo, pero en este caso los coeficientes de menor energía que el 50% del máximo se han suprimido en el canal de retorno. Aquellos coeficientes que son mayores han preservado únicamente su signo; es decir, el pre-procesador del transmisor carece de operaciones. Las graficas siguen la misma secuencia que el caso anterior.

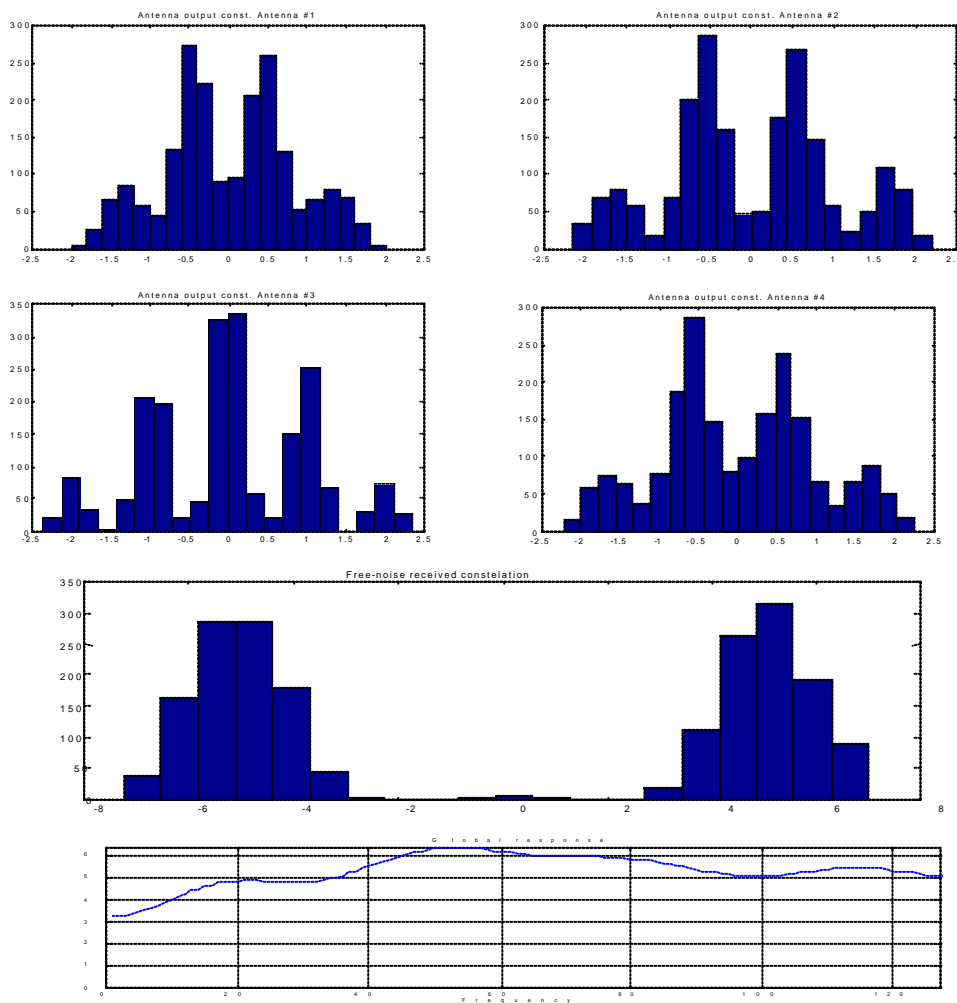


Figura 4.24. Iguales resultados que el caso anterior pero con umbral del 50% para los coeficientes a preservar y un solo bit para los coeficientes conservados. Puede apreciarse el parecido con los resultados anteriores pasando de un esquema de 40 operaciones por símbolo a ninguna.

Puede observarse la calidad del diseño obtenido a pesar de llevarse a cabo un proceo de cuantificacion muy severo con el CSI enviado al transmisor.

IV.5. MULTIPLE BEAMFORMING: SISTEMAS MULTIPORTADORA Y OFDM.

En todos los apartados precedentes, y refiriendose específicamente al canal flat-fading, se ha asumido que tan solo un símbolo empleaba el canal MIMO. Obviamente, en un intento de mejorar la velocidad de transmisión parece adecuado el emplear, digamos L símbolos simultáneamente cada vez que se realiza un acceso al canal. Debe recordarse que si el rango de la matriz del canal es R (igual al $\min(P,Q)$) es claro que el numero de símbolos L que se podrian transmitir L no sera superior a este valor, ya que este es el numero de canales independientes disponibles en el canal MIMO. Si los L símbolos con los que se realiza el acceso al canal se deninan como un solo vector \underline{x} , el esquema que se empleara aparece en la Figura 4.25. Note-se que los L símbolos pueden pertenecer a un solo usuario o a L diferentes.

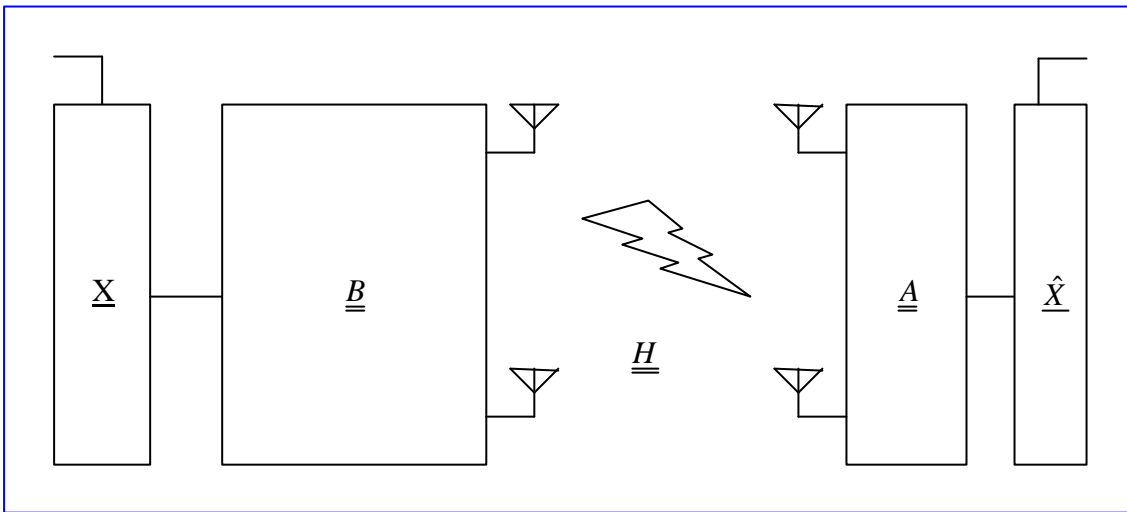


Figura 4.25. El caso de multiple beamforming. Un vector conteniendo L símbolos es transmitido en un solo acceso al canal MIMO.

Bajo estas condiciones el conjunto de L símbolos recibidos tendra la estructura de (4.61) donde el vector \underline{N} representa el ruido en el receptor.

$$\hat{\underline{X}} = \underline{A}^H (\underline{H} \underline{B} \underline{X}) + \underline{N} \quad (4.61)$$

Al establecer un primer criterio de calidad para el receptor, sin ser el mejor como podra verse mas adelante, se tomara la matriz del MSE entre los símbolos transmitidos y los recibidos. En (4.62) se define la matriz del MSE y se desarrolla en funcion de los procesadores de la figura anterior y la matriz de covarianza del ruido recibido.

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{x}} &= E \left\{ (\underline{X} - \hat{\underline{X}})(\underline{X} - \hat{\underline{X}})^H \right\} = \\ &= \underline{A}^H (\underline{H} \underline{B} \underline{B}^H \underline{H}^H + \underline{R}) \underline{A} + \underline{I} - \underline{A}^H \underline{H} \underline{B} - \underline{B}^H \underline{H}^H \underline{A} \end{aligned} \quad (4.62)$$

Al tomar el gradiente con respecto a la matriz de proceso del transmisor se obtiene el diseño de este.

$$\underline{A}^{MSE} = (\underline{H} \underline{B} \underline{B}^H \underline{H}^H + \underline{R})^{-1} \underline{H} \underline{B} \quad (4.63.a)$$

La anterior expresion puede escribirse de otro modo, usando el lema de la inversa como (4.63.b).

$$\underline{\underline{A}}^{MSE} = \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \underline{\underline{B}} \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{B}}^H \underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \underline{\underline{B}} \right)^{-1} \quad (4.63.b)$$

Dado que el canal efectivo saldra muchas veces a partir de este momento, se definira este como una sola matriz según sigue:

$$\underline{\underline{\Phi}} \equiv \underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \quad (4.64)$$

Es interesante destacar que tambien la solucion de ZF para el procesador del transmisor es facil de derivar. La solucion mencionada es identica a (4.63.b) salvo que desaparece la matriz identidad de la expresion a invertir entre paréntesis. Al sustituir cualquiera de las dos expresiones del procesador del receptor, la matriz de MSE es tan solo funcion del proceso del transmisor.

$$\underline{\underline{x}}^{MSE} = \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{B}}^H \underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \underline{\underline{B}} \right)^{-1} \quad \underline{\underline{x}}^{ZF} = \left(\underline{\underline{B}}^H \underline{\underline{H}}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \underline{\underline{B}} \right)^{-1} \quad (4.65)$$

En definitiva, se trata de minimizar cualquier criterio sobre una las dos expresiones, con respecto a la matriz del transmisor, verificando esta que no se supera la energia total transmitida deseada.

$$\text{Traza} \left(\underline{\underline{B}}^H \underline{\underline{B}} \right) \leq E_T \quad (4.66)$$

La solucion para la matriz $\underline{\underline{B}}$ es los P autovectores de la matriz del canal (4.64), colocados en orden decreciente, en correspondencia a su autovalor, multiplicada por una matriz diagonal de entradas, que denominaremos $\underline{\underline{z}}$, a determinar. En formulas, si la descomposición SVD de la matriz del canal es (4.67),

$$\underline{\underline{\Phi}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{U}}^H \quad (4.67)$$

tan solo los autovectores con autovalor diferente de cero se conservaran para la matriz $\underline{\underline{B}}$. A su vez en el caso de que L sea inferior al rango de la matriz del canal, tan solo L autovectores se conservaran para $\underline{\underline{B}}$ puesto que no son necesarios mas canales. Si se denomina \tilde{L} al minimo de L y el rango de $\underline{\underline{\Phi}}$ entonces la estructura de $\underline{\underline{B}}$ es la que se expresa en (4.68).

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B}} &= \underline{\underline{U}} \underline{\underline{Z}} \\ \underline{\underline{U}} &\rightarrow P \underline{\underline{x}} \tilde{L} \\ \underline{\underline{Z}} &\rightarrow \tilde{L} \times L, \text{ diagonal}(b_i) \end{aligned} \quad (4.68)$$

El diseño pasa pues por fijar que criterio de la matriz del MSE se desea minimizar, junto con la restricción de energia, y obtener asi los valores de los b_i optimos. Es importante destacar que, dado que los autovectores son de energia unidad, el cuadrado de estos coeficientes es la energia o potencia que a cada canal espacio-temporal se va a asignar.

Llegado este punto y sin prácticamente añadir mas dificultad puede incluirse el caso del diseño para sistemas multiportadora o OFDM. Básicamente si el numero de portadoras es N, se dispondra de N matrices de canales flat-fading disponibles. La dificultad es que ahora la restricción de energia tendra lugar sobre la suma de todas la portadoras, es decir, sobre (4.69).

$$\sum_{n=1}^N \text{Traza} \left(\underline{\underline{B}}_n^H \underline{\underline{B}}_n \right) \leq E_T \quad (4.69)$$

Aunque el analisis se realizara simultáneamente sobre los $i=1, \tilde{L}$ y $n=1, L$ se comentara brevemente, en cada uno de los criterios que siguen, como el resultado aplica al caso de un sistema OFDM de N portadoras, con un símbolo tan solo por portadora. Este caso se refiere al uso exclusivo de la

diversidad en frecuencia sin usar la espacial, para incrementar velocidad de transmisión. Notese que es a efectos de multiplexar L sub-streams a lo que se renunciaría en este caso y no a la ganancia en calidad que el canal MIMO proporciona. Es importante insistir en este extremo: Un canal MIMO representa varios canales independientes, si se usan todos se gana en velocidad de transmisión, si solo se usa el mejor se gana en calidad. Este compromiso se analizara con mas detalle mas adelante.

Se pasa a continuación al diseño según diferentes criterios.

Criterio a.- Minima Media Aritmetica del MSE

Este criterio tan solo minimiza la traza de la matriz del MSE. Como tal es el criterio mas proximo a como se maneja el MSE normalmente, es decir, se pretende que la energia del error entre los símbolos recibidos en substream i y en cada portadora n su suma sea minimo, sin prestar atención a la correlacion cruzada de dichos errores. Por hacerlo de un modo general, se ponderara cara error por un peso diferente w_{in} . Al sustituir la expresión de la matriz $\underline{\mathbf{B}}_n$ en el MSE y añadiendo el factor de ponderación (normalmente la unidad) la expresión a minimizar es (4.70). Donde z_{in} representa b_{in}^2 .

$$\sum_{i=1}^{\tilde{L}} \sum_{n=1}^N w_{in} \cdot MSE(i, n) = \sum_{i=1}^{\tilde{L}} \sum_{n=1}^N \frac{w_{in}}{1 + \mathbf{I}_{in} \cdot z_{in}} \quad (4.70)$$

Donde λ_{in} es el autovalor correspondiente de la matriz del canal (ver 4.64). Notese que este autovalor indica la bondad o degradacion que implica el uso de este canal espacio-frecuencial.

Las restricciones para minimizar la expresión anterior son la energia total transmitida y que las variables z_{in} han de ser positivas.

$$\sum_{i,n=1}^{\tilde{L},N} z_{in} \leq E_T \quad (4.71)$$

$$z_{in} \geq 0 \quad \forall i = 1, \tilde{L}; n = 1, N$$

Formando el Lagrangiano con (4.70) y multiplicadores para (4.71), después de derivar e igualar a cero se obtiene la solución (4.72). En esta expresión $[\cdot]^+$ indica el maximo del valor o cero, siendo μ una constante para verificar la restricción de energia.

$$z_{in} = \left[\mathbf{m}^{-1/2} \cdot w_{in}^{-1/2} \cdot \mathbf{I}_{in}^{-1/2} - \mathbf{I}_{in}^{-1} \right]^+ \quad (4.72)$$

De esta expresión se deduce que ciertos canales, espaciales o frecuenciales, no seran usado al tener una potencia asignada igual a cero. Concentrandose en el caso de tan solo un símbolo por portadora, notese que la energia total, asumiendo que ninguna portadora es anulada, resultaria ser:

$$E_T = \frac{z_n + \mathbf{I}_n^{-1}}{\mathbf{I}_n^{-1/2}} + cte. \quad (4.73)$$

Es decir, la energia se va rellenando (water pouring) en cada canal de frecuencia hasta alcanzar la energia total. Esta manera de proceder tendra interpretaciones mas interesantes en otros criterios que siguen a continuación.

b. Media Geometrica del MSE.-

Notese que este criterio, aparentemente muy artificial, es de lo mas acertado ya que conlleva el minimizar la suma logaritmica, equivalente a que lo fuese en dB., del MSE en cada canal espacio-temporal. El criterio en este caso, asi como la solución es (4.73).

$$\sum_{i,n=1}^{\tilde{L},N} \text{Ln} \left(\frac{1}{1 + \mathbf{I}_{in} \cdot z_{in}} \right) \quad (4.73)$$

$$z_{in} = (\mathbf{m}^{-1} - \mathbf{I}_{in}^{-1})^+$$

Lo mas interesante de esta solucion es que, de nuevo asumiendo que se usan todos los canales, al sustituir en la expresi3n de la energia total transmitida la solucion obtenida, resulta (4.74).

$$E_T = cte0 \cdot (z_{in} + \mathbf{I}_{in}^{-1}) - cte1 \quad (4.74)$$

Es decir, salvo constantes, la potencia asignada a cada canal suma con su inversa una constante. El resultado es intuitivo aparentemente pues es logico que al canal mas debil se le inyecte menos potencia y mas a aquel que esta mejor. La tecnica es conocida como “water-filling”, ya que, dibujada la inversa de la respuesta del canal, ver Figura 4.26, la energia a cada frecuencia se realiza relleno, como si de agua se tratase el recipiente que forma la inversa de la respuesta del canal.. Imaginando el caso de OFDM, similar al concepotto que desencadena las modulaciones X-DSL, cuanto mejor es el canal mas potencia. Es de destacar, que al disponer de mas potencia, en las portadoras correspondientes pueden usarse constelaciones de mayor eficiencia espectral como 16 o 64-QAM.

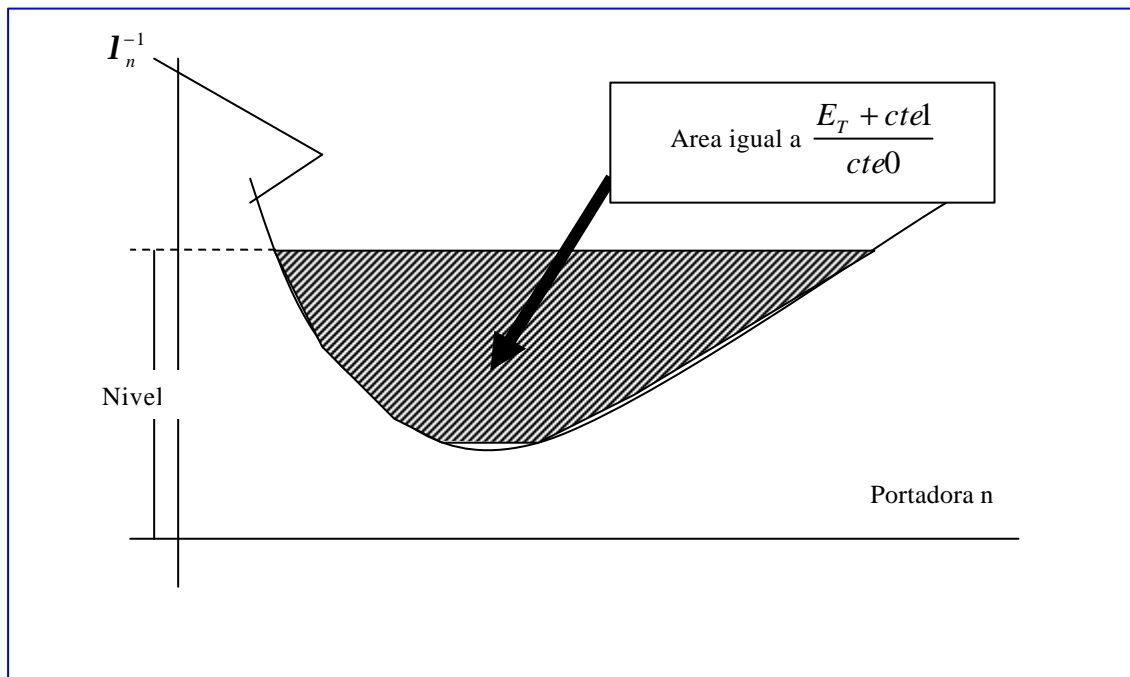


Figura 4.26. El concepto de Water-Filling en la asignación óptima de potencia para la media logarítmica del MSE.

Lo mencionado anteriormente, de disponer de mas potencia, a la larga mas SNR, en unas portadoras que en otras, en un principio no tiene porque ser lo mas deseable. La mejor solucion, relacionada con lo que se ha llamado en denominar modulacion adaptativa, es reducir la SNR, siempre por encima de un umbral en cada portadora, a costa de una modulacion de mayor eficiencia espectral. Claramente, al aumentar la eficiencia espectral la potencia sobrante no se invierte en mayor Q&S (Calidad de Servicio) sino en mayor velocidad. En la Figura 4.27 se muestra la evolucion de la VER en funcion de las diferentes modulaciones o eficiencias espectrales. Notese que la BER en el sub-stream n viene dada por (4.75), donde $N(n)$ depende del numero de bits por símbolo y $E_s N_0$ es la energia por símbolo versus la energia de ruido en la portadora n. Claramente al subir $N(n)$ la $BER(n)$ disminuye pero, al sobrar energia en esta banda como resultado del water-filling puede aun mantenerse por encima de un umbral.

Estos procedimientos tambien son conocidos como metodos de adaptación del enlace “link adaptation” y todos ellos contribuyen al incremento de la capacidad del enlace.

$$BER(n) \leq \exp\left(-\left[\frac{EsNo(n)}{N(n)} \cdot I_n\right]\right) \tag{4.75}$$

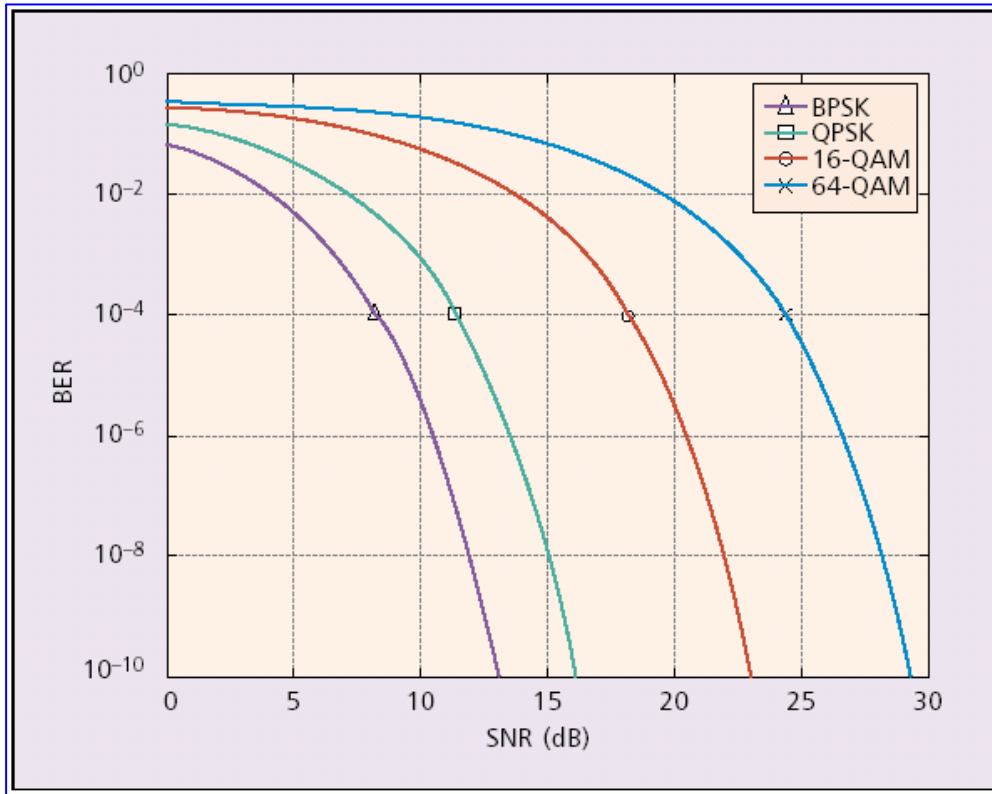


Figura 4.27. Ejemplo de modulacion adaptativa para una VER umbral de 10^{-4} versus la SNR disponible en el receptor.

A la vista de lo anterior cabe preguntarse cual es la distribución de potencia o z_n optimos en terminos de capacidad. La expresión de la capacidad para el enlace MIMO puede asumirse que es de la forma expresada en 4.76, mas bien es la informacion mutua entre la señal recibida y la transmitida, m y en cualquier caso si que la expresión, sin ser estrictamente correcta, indica la forma de obtener capacidad en el enlace.

$$\check{C} = \sum_{n=1}^N \text{Log}_2 \left[\det \text{er min ante } \underline{I} + \underline{B}_n^H \cdot \underline{\Phi}_n \cdot \underline{B}_n \right] \tag{4.76}$$

Pues bien, al maximizar la expresión anterior, con la misma estructura de la matriz \underline{B}_n y las mismas restricciones, se obtiene precisamente la misma solucion de water-filling (4.73). Por lo tanto, el criterio, aparentemente artificial es el que mas encarado esta a alcanzar la capacidad del enlace y, con mucho es la solucion mas popular al problema que se describe en esta seccion.

c. Mínimax MSE.

Un criterio mas orientado a garantizar una calidad de servicio minima, pasaria por maximizar el minimo MSE. Es decir, se pretende que el canal espacio temporal peor maximice su calidad. La solucion a este problema es sencilla si se impone una estructura diagonal al MSE. La formulacion de este criterio seria la expuesta en (4.77). Es facil comprobar que dada la superficie de error el minimo se produce en el contorno.

$$\begin{aligned}
 & \min_{\text{segun } \mathbf{b}} (\mathbf{b}) \\
 & \mathbf{b} \geq \frac{1}{1 + \mathbf{I}_{in} \cdot z_{in}} \\
 & \sum z_{in} \leq E_T \\
 & z_{in} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.77}$$

En otras palabras, el valor optimo o minimo de β es precisamente el de su restricci3n.

$$\mathbf{b}^{-1} = 1 + \mathbf{I}_{in}^{-1} \cdot z_{in} \tag{4.78}$$

Lo mas interesante es que al sustituir las z_n para verificar la restricci3n de energia, el resultado es el siguiente:

$$z_{in} = \frac{E_T}{\sum \mathbf{I}_{in}} - \frac{1}{\mathbf{I}_{in}} \tag{4.79}$$

Es decir, el resultado de este criterio no es ni mas ni menos que un water-filling de tipo logaritmico; o bien, la suma de la potencia asignada en dB. mas la respuesta del canal en dB tambien ha de ser constante. Notese que este water filling logaritmico es opuesto al de maxima capacidad pues cuanto mejor es el canal menos potencia se le da para usar la que sobra en los canales mas debiles. Este comportamiento es una constante y un conflicto aun hoy en dia sin resolverse claramente: En terminos de capacidad se prima el mejor canal, en terminos de calidad se prima el peor canal. Esta ultima frase, espuesta de manera drastica y poco formal, merece matizaciones que se escapan al objetivo de esta seccion, dejando al lector su discusi3n mas elaborada.

$$10 \cdot \log_{10}(z_{in}) + 10 \cdot \log_{10}(\mathbf{I}_{in}) = cte. \tag{4.80}$$

d. Criterios basados en la SNR.-

La SNR de cualquier canal espacio-frecuencial puede expresarse en funcion del MSE correspondiente segun (4.81).

$$SNR_{ik} = \frac{1}{MSE_{ik}} - 1 \tag{4.81}$$

La cuestion es si todos los criterios expuestos tienen su paralelismo en terminos de SNR o no. La respuesta es que pr3cticamente todos. Pero existen dos criterios que merece la pena mencionar por no ser recogidos de manera explicita en los anteriores.

d.1. Media aritmetica de la SNR

Al minimizar la media aritmetica de la SNR en cada canal la solucion es, como ya se comento anteriormente en la seccion 3 de este capitulo, en cierto modo patologica pues dicta que absolutamente toda la potencia ha de situarse en el mejor canal, anulando el uso del resto de canales.

$$\begin{aligned}
 & \sum SNR_{in} \Big|_{\max} \\
 & \sum z_{in} \leq E_T \\
 & z_{in} = \begin{cases} E_T & ik \rightarrow \max_{in}(\mathbf{I}_{in}) \\ 0 & resto \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.82}$$

obviamente esta solucion no tiene sentido en terminos de uso del ancho de banda disponible.

La siguiente alternativa es la maximización de la media geométrica de las SNR. Como se ha mencionado esta tiene su lógica al tratar de maximizar la media en dB. de todas las SNR recibidas. La solución no podía ser más esperada, se trata de la denominada uniform power allocation (UPA). Esta distribución se ha mostrado, intuitivamente es claro, como la táctica más adecuada cuando el desconocimiento del canal es completo. Lo que es sorprendente es que, aun conociendo el canal esta decisión maximice la SNR promedio en dB. Mostrado en las referencias como el resultado de un juego entre diseñador y canal, la robustez de UPA es incuestionable y es una característica de los códigos espacio temporales como se verá más adelante. Los códigos son por excelencia la solución para un desconocimiento del CSI por parte del transmisor.

$$\prod SNR_{in} \Big|_{\max}$$

$$\sum z_{in} \leq E_T \tag{4.83}$$

$$z_{in} = \frac{E_T}{\tilde{L}.N}$$

Finalmente, media armónica de la SNR, mínimas de la BER o el mínimo de la BER total estimada con la cota de Chernoff para cada BER en los canales producen también un water-filling logarítmico. Su deducción es sencilla.

La siguiente tabla resume los resultados más interesantes de los diferentes criterios expuestos en esta sección.

	MSE	SNR	BER
Media aritmética	$z_{in} = cte.I_{in}^{-1/2} - I_{in}^{-1}$	Toda la energía al mejor canal	$z_{in} = \frac{cte - Ln(I_{in})}{I_{in}}$
Media Geométrica	$z_{in} = cte - I_{in}^{-1}$ W-F Clásico de máxima capacidad	Uniform Power allocation	Equivalente a la media aritmética de la SNR
Minimax	$z_{in} = cte.I_{in}^{-1}$ W-F logarítmico	WF Logarítmico	W-F Logarítmico

IV.7 SISTEMAS MULTIUSUARIO EN 3G.

En un sistema multiusuario las diferentes secuencias de símbolos, agrupadas en un vector $\underline{d}^{(k)}$, para cada uno de los K usuarios, se han de transmitir simultáneamente empleando algún tipo de diversidad. El análisis para el caso multiprotadora no está realizado, al menos no de forma comprensible, por lo que en la exposición que sigue sobre sistemas multiusuario se abordará fundamentalmente el caso de CDMA o sistemas 3G. En un sistema CDMA, tal y como se ilustra en la Figura 4.28, cada símbolo de información de cada usuario se multiplica por la secuencia de ensanchamiento o spreading, de longitud que se asumirá igual a Q chips. Si el transmisor carece de diversidad frecuencial, se inserta la misma secuencia de referencia o “midamble” quedando la información multiplexada en código o secuencia de spreading, como puede verse en la misma figura.

A continuación se presentará la formulación que se empleará a lo largo del apartado, así como, los diferentes receptores que se requieren en las UE a las que la BS da servicio.

En primer lugar se considerará que el sistema trabaja con tramas de N símbolos por usuario y que se agruparán para todos los usuarios en un solo vector (4.84) de dimensión (K.Nx1).

$$\underline{d} = [d_1^{(1)} \quad \dots \quad d_1^{(K)} \quad d_2^{(1)} \quad \dots \quad d_2^{(K)} \quad \dots \quad d_N^{(1)} \quad \dots \quad d_N^{(K)}]^T \tag{4.84}$$

Cada uno de los símbolos se le multiplica por la secuencia de spreading asignada a cada usuario y que se denominara como $\underline{c}^{(k)}$. La señal al pasar a través del canal que desde la BS se dispone para el usuario k, se convoluciona con la respuesta impulsional de dicho canal (a tiempo de chip) $\underline{h}^{(k)}$. Si la longitud de la ISI es de W muestras, la situación es equivalente a considerar que la nueva secuencia de ensanchamiento es la convolución de la original con la respuesta del canal y su duración será de Q+W-1 chips. Denominando a dicha respuesta $\underline{b}^{(k)}$ la señal recibida por cada uno de los usuarios y agrupada en el vector \underline{r} puede escribirse como:

$$\underline{r} = \underline{A}\underline{d} + \underline{n} \tag{4.85}$$

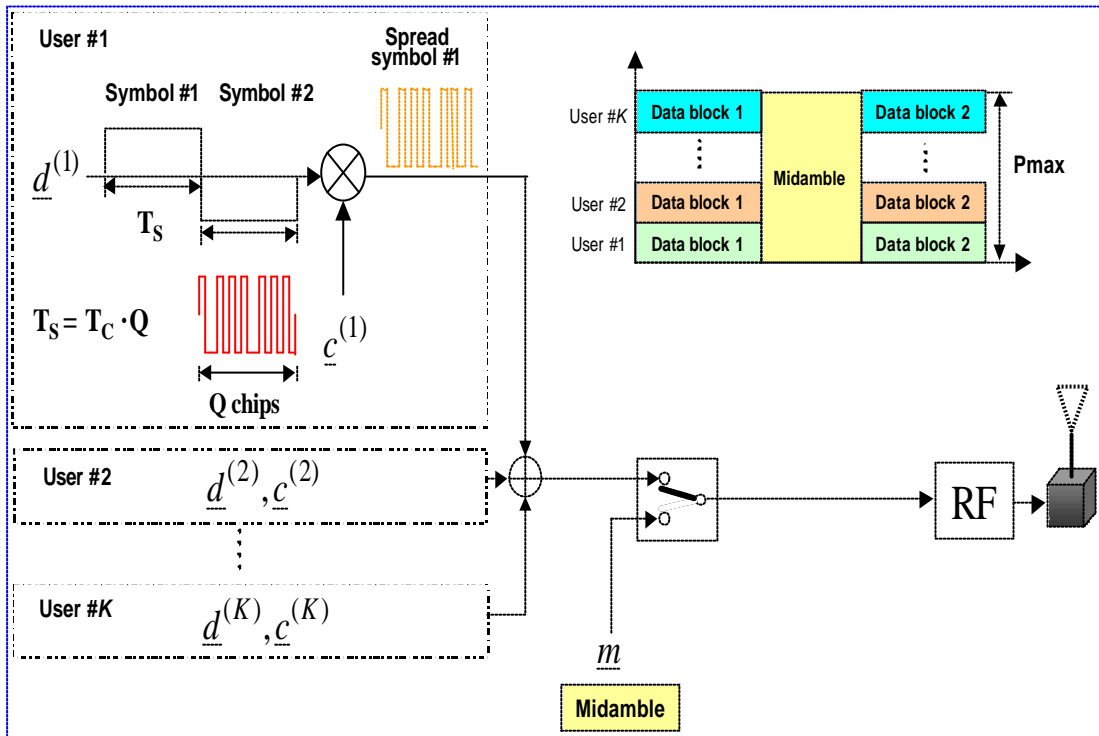
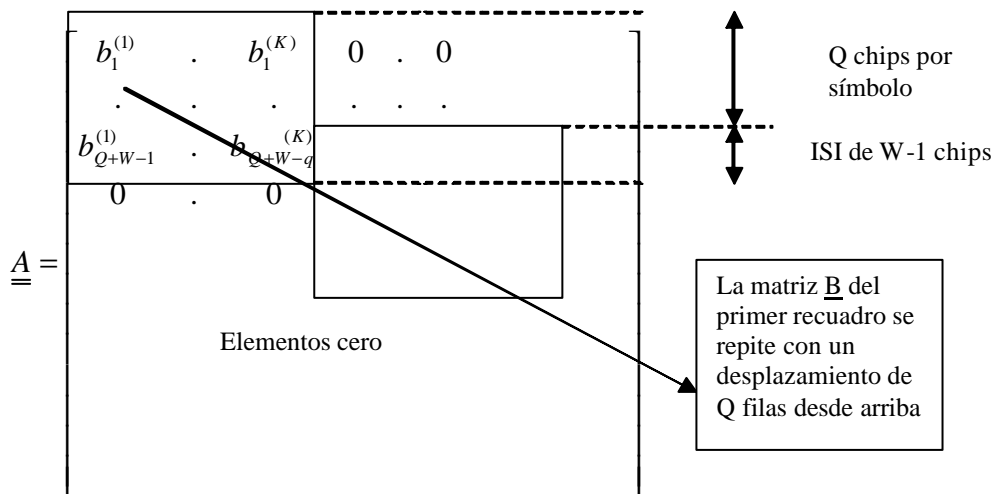


Figura 4.28. Representación de un sistema transmisor sin diversidad espacial para CDMA.

Nótese que esta formulación recoge como sería la señal recibida a nivel de chip, es decir, la matriz \underline{A} contiene no tan solo los efectos del canal sino que también las diferentes secuencias de spreading de cada usuario. Esta matriz \underline{A} tiene la siguiente estructura:



Sus dimensiones son $[(NQ+W-1)*K,K,N]$. La extensión a mas de una antena receptora es sencilla. No obstante la dificultad de instalar mas de un elemento en la UE permiten no considerar dicho caso.

El primer receptor seria del denominado filtro adaptado o MF. El proceso del vector recibido seria:

$$\underline{\hat{d}}_{MF} = \underline{\underline{A}}^H \underline{\underline{R}}_n^{-1} \cdot \underline{r} \quad (4.86)$$

Siendo, como en el apartado anterior $\underline{\underline{R}}_n$ la matriz de covarianza del vector de ruido recibido.

Con detección MF nótese que pueden identificarse dos términos claros,

$$\underline{\hat{d}}_{MF} = \left(\underline{\underline{A}}^H \underline{\underline{R}}_n^{-1} \underline{\underline{A}} \right) \underline{d} + \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \cdot \underline{n} \quad (4.87)$$

El primero corresponde a la señal y el segundo a ruido. Concentrándose en el primero, claramente si la matriz entre paréntesis fuese diagonal tanto la interferencia intersímbolo como la de otros usuarios o interferencia por multiple acceso (MAI) se habrían suprimido.

Un detector ML, recuperaría la secuencia original y su expresión seria la que sigue:

$$\underline{\hat{d}}_{ML} = \left[\left(\underline{\underline{A}}^H \underline{\underline{R}}_n^{-1} \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \right] \underline{r} = \underline{d} + \left[\left(\underline{\underline{A}}^H \underline{\underline{R}}_n^{-1} \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \right] \underline{n} \quad (4.88)$$

Nótese que básicamente este detector puede considerarse la conexión en cascada de dos tipos de proceso. El primero seria un filtro adaptado o MF seguido de la multiplicación por la inversa de la matriz que puede asociarse con la supresión de ISI y MAI.

Finalmente un receptor MMSE tendría como proceso optimo (4.89)

$$\underline{\hat{d}}_{MMSE} = \left[\left(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \cdot \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{R}}_d^{-1} \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \right] \underline{r} = \left[\underline{I} + \left\langle \underline{\underline{R}}_d \cdot \left(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \cdot \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \right\rangle \right]^{-1} \cdot \left(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \cdot \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_n^{-1} \quad (4.89)$$

Donde puede verse que la solución de Wiener incluye un termino adicional, con respecto a la solución ML, que le convierte en suboptimo.

En cualquiera de los receptores, incluso cuando la matriz de ruido es diagonal, es decir, sin interferencia co-canal, el receptor procesa la señal recibida con la matriz de canal mas spreading $\underline{\underline{A}}$. Esta matriz entraña que cada UE necesita los códigos de todos los usuarios para obtener su información con lo que se estaría ante una detección multiusuario. La detección multiusuario entraña una complejidad muy grande para el receptor de la UE y lo ideal es que el sistema utilizase los conceptos de diversidad en transmisión para evitar MAI y de este modo poder trabajar con recepción monousuario. De hecho, en el caso de ruido blanco, el receptor seria (4.90),

$$\underline{\hat{d}} = \left(\underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^H \cdot \underline{r} \quad (4.90)$$

Por lo que si la pseudo-inversa de la matriz de canal fuese block-diagonal el receptor seria monousuario.

A continuación se van a exponer las técnicas de transmit-diversity para el caso anterior, teniendo presente el tipo de receptor que el sistema requiere, fundamentalmente concentrado en (4.90) que esta bastante próximo al optimo para los escenarios radio habituales.

IV.7.1 Transmit-Diversity (TD) Selective o STD.

En este sistema la BS selecciona de las K_a antenas disponibles en transmisión aquella que dispone del mejor canal hacia cada usuario o UE. El mejor canal se selecciona o bien por la máxima energía de su respuesta impulsional o bien por aquel canal que presenta el máximo valor en uno de los taps de la correspondiente respuesta impulsional. Si se denomina como $h^{(p,k)}(n)$ ($n=0,W-1$) a la respuesta de la antena p al usuario k , el criterio de selección enunciado sería:

$$\begin{aligned}
 & \text{elegir antena } k_o \text{ si } k_o = \max_k \left| \underline{h}^{(p,k)H} \underline{h}^{(p,k)} \right| \\
 & \text{o bien} \\
 & \text{elegir antena } k_o \text{ si } k_o = \max_k \left(\max_n \left(\underline{h}^{(p,k)} \right) \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.91}$$

Como puede verse, STD requiere de un preámbulo diferente para cada usuario a fin de que este identifique tanto el camino que sigue su señal como la del resto de los usuarios, ya que, claramente el receptor ha de ser multiusuario.

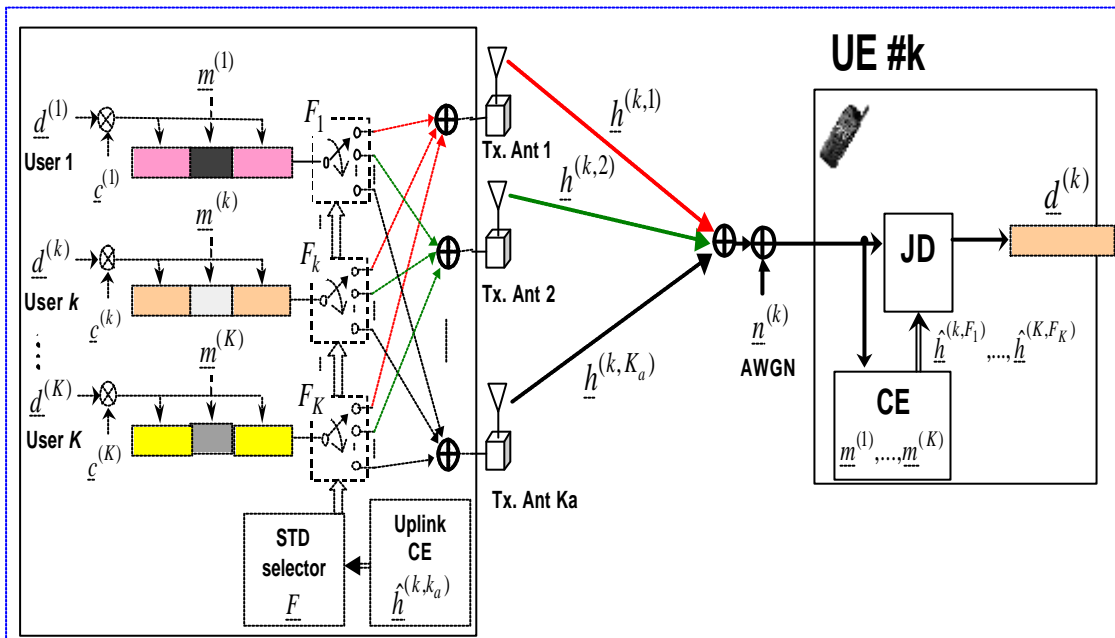


Figura 4.29. Sistema STD donde cada usuario ha de usar un midamble diferente y cada UE ha de ser un receptor multiusuario.

STD es el sistema mas sencillo de los que se presentaran y tal vez su mayor desventaja es que se concentra en máxima transferencia de energía para la señal deseada sin prestar atención en el diseño a la MAI.

IV.7.2 TD por alineamiento de fase o PATD.

En PATD se opta por el uso de un conformador del que tan solo se controla la fase (phased array) con el fin de librar la máxima energía a todas las UE. El esquema de PATD puede verse en la Figura 4.30.

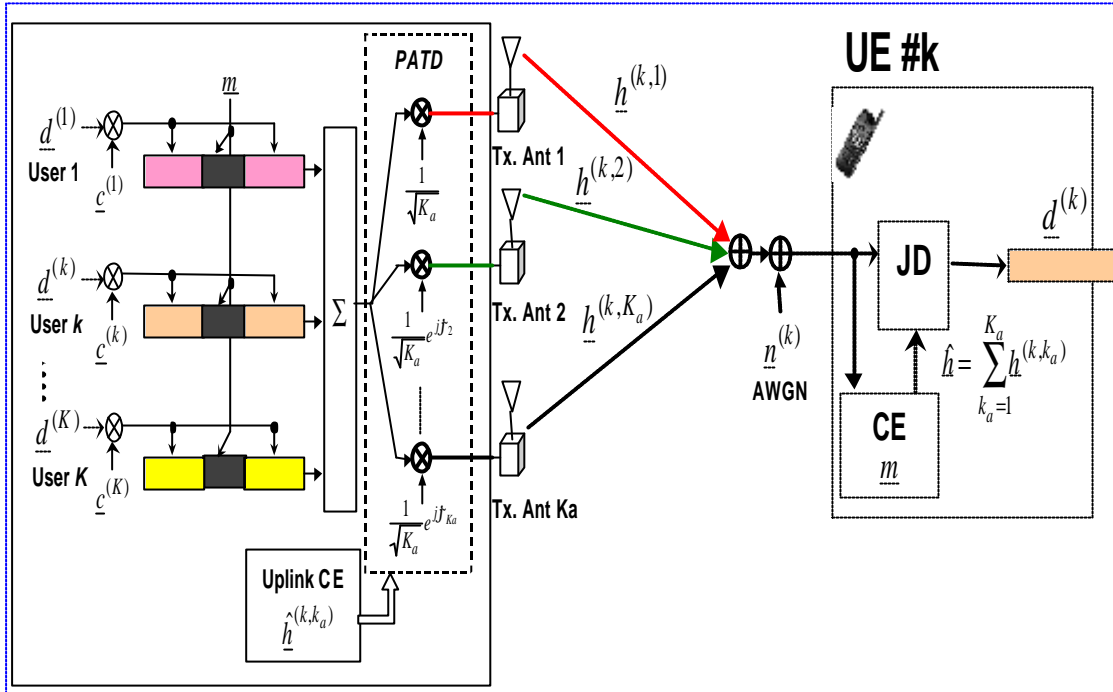


Figura 4.30. Esquema de PATD con un conformador del tipo phased-array en la estación base. El receptor sigue siendo multiusuario.

Antes de proseguir, la ventaja de PATD es que al ser la MAI provocada por un único conformador sobre todas las antenas, el receptor multiusuario no necesita un midamble diferente para identificar el canal que soporta tanto la deseada como la MAI.

El diseño del conformador se realiza en base a transferir la máxima potencia a cada UE. Con el fin de simplificar el diseño, se considera que el canal entre una antena y el correspondiente usuario solo tiene un path significativo, considerándose cero el resto. De esta manera, la energía transferida al usuario k por el array de K_a antenas viene dado por (4.92), donde $\underline{\varphi}$ es el vector de fases a diseñar para el conformador.

$$P_k(\underline{\mathbf{j}}) = \left| h^{(k,1)} \cdot e^{j\varphi_1} + \dots + h^{(k,K_a)} \cdot e^{j\varphi_{K_a}} \right|^2 \tag{4.92}$$

La potencia transferida total se evalúa como el producto de (4.92) extendido a todos los usuarios y se maximiza para el vector de fases.

$$\underline{\mathbf{j}}_{\text{optimo}} = \max_{\underline{\mathbf{j}}} \prod_{k=1}^K P_k(\underline{\mathbf{j}}) \tag{4.93}$$

La búsqueda del máximo no es un procedimiento lineal aunque si que es fácilmente realizable gracias a la simplificación realizada a la hora de representar el canal desde las antenas transmisoras a cada usuario.

IV.7.3 TD con arrays adaptados a cada usuario o TDAA.

La formulación de TDAA es muy similar a PATD con la diferencia de que en esta ocasión, cada usuario dispone de un conformador específico. Dicho conformador puede ser del tipo phased array si se pretende que la potencia máxima por elemento de antena quede fijada, a este diseño se le ha denominado EPC (Element Power Constraint). Si el criterio fuese limitar toda la potencia transmitida para cada usuario la restricción sería la norma de cada conformador. En cualquier caso el proceso de minimización se simplifica considerablemente al concentrarse cada conformador en un solo canal. Con todo, si el

sistema quisiese incluir la maximización de la relación señal a MAI en cada UE el problema se complica sobremanera. Tan solo unos cuantos trabajos en la literatura recogen el problema del TDAA con maximización de Señal a MAI Ratio (SMR).

El problema de TDAA es que el sistema de nuevo ha de recurrir a un midamble diferente para que el receptor multiusuario pueda llevarse a cabo.

Es de destacar que tanto PATD como TDAA hace un uso somero de la información del canal (CSI), recuerde que tan solo se conserva de cada canal el tap de mayor valor. Esta forma de proceder de usar tan poca información del canal los convierte en procedimientos bastante robustos en comparación al procedimiento que sigue, que hace un uso total de la información del canal. En el apartado de simulación se hará evidente como en escenarios reales el uso de CSI, que genera procedimientos formalmente óptimos, es clave para determinar que los mejores procedimientos son aquellos como STD, PATD o TDAA que al hacer un uso somero no son muy sensibles a las tremendas variaciones que experimenta el canal radio de trama a trama.

El esquema de TDAA se presenta en la figura 4.31.

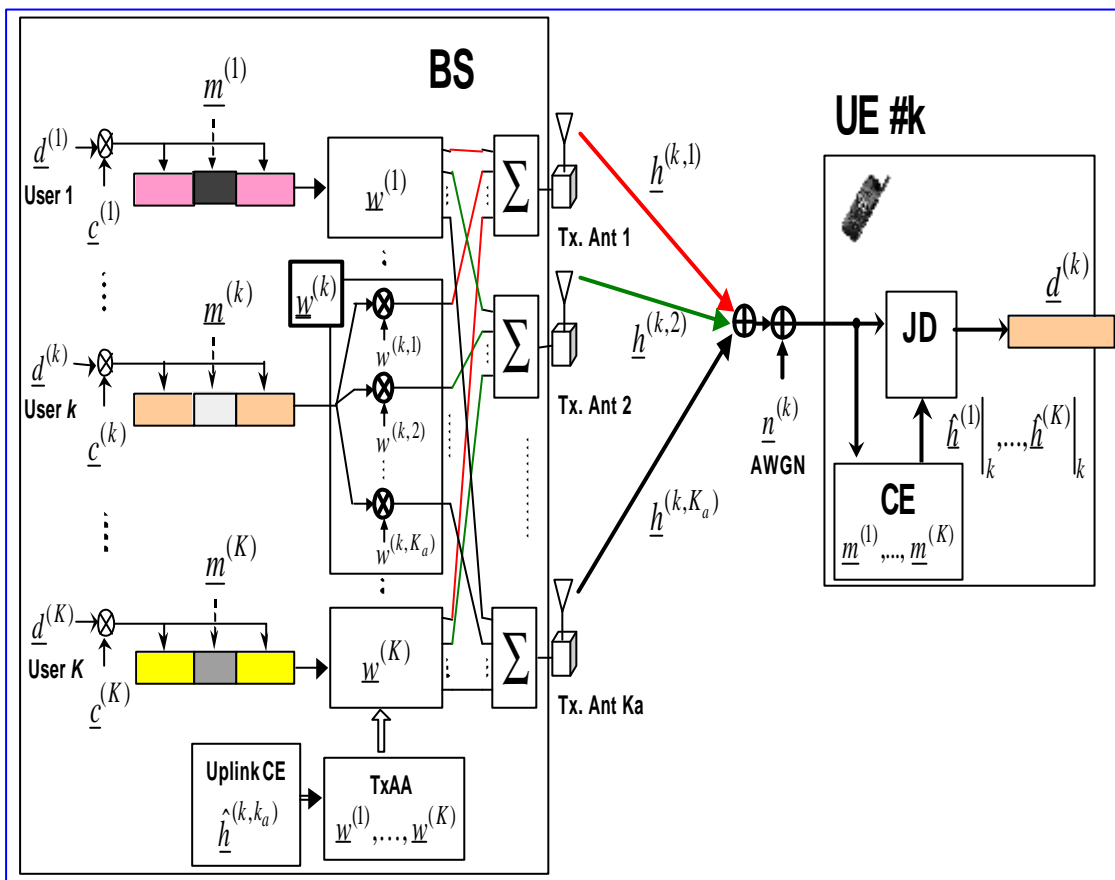


Figura 4.31. Esquema de TDAA donde el receptor sigue siendo del tipo multiusuario y además requiere de un midamble diferente para cada usuario.

IV.7.4 TD con pre-distorsión conjunta o JPTD.

El esquema que sigue podría denominarse la versión bloque de los procedimientos de conformación de banda ancha vistos en los primeros apartados del presente capítulo. Su análisis detallado obliga a formular como es la transmisión TDD-CDMA cuando se emplean múltiples antenas en el transmisor.

De nuevo se denominara como (4.94) al vector que agrupa a los símbolos de los K usuarios con N símbolos por trama cada uno.

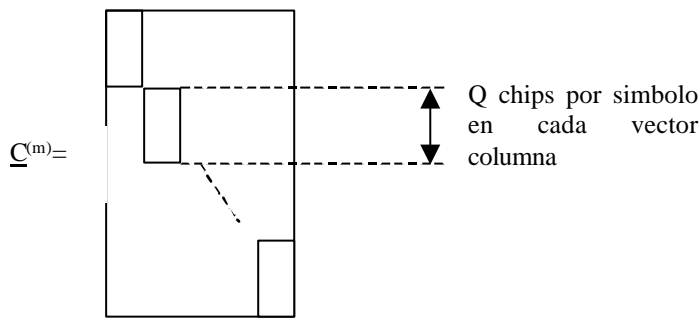
$$\underline{d} = \begin{bmatrix} \underline{d}^{(1)} \\ \vdots \\ \underline{d}^{(K)} \end{bmatrix} \tag{4.94}$$

Nótese que cada vector, dentro del anterior, contiene los N símbolos de cada usuario, es decir, son K vectores y cada vector de estos contiene N símbolos de su trama.

El paso siguiente es el spreading de cada uno de los símbolos. El spreading para cada subvector o usuario se puede representar con la ayuda de la matriz $\underline{\underline{C}}^{(m)}$ con $m=1,N$;

$$\underline{d}_{spread}^{(m)} = \underline{\underline{C}}^{(m)} \underline{d}^{(m)} \tag{4.95}$$

Si el formato conlleva Q chips por símbolo la matriz de spreading tendría la forma que sigue: Donde los espacios vacíos contienen en sus elementos el valor cero.



De este modo, el proceso de spreading global puede expresarse como (4.96), donde el vector resultante será de dimensión (K.N.Qx1) producto de K usuarios, N símbolos de trama y Q chips por símbolo.

$$\underline{d}_s = \underline{\underline{C}} \underline{d}$$

donde

$$\underline{\underline{C}} = \text{block - diagonal} \left(\underline{\underline{C}}^{(m)} \right) \tag{4.96}$$

El proceso de pre-distorsión, consiste en multiplicar el vector (4.96) por una matriz de pre-distorsión $\underline{\underline{P}}$. Esta matriz tiene dimensiones (K_aNKQ,KNQ), es decir genera K_a secuencias de longitud idéntica a la del vector extendido que son las que se han de distribuir a las K_a cadenas de transmisión. Es decir la señal que se va a distribuir viene dada por el vector:

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_T(1) \\ \vdots \\ \underline{x}_T(K) \end{bmatrix} = \underline{\underline{P}} \underline{\underline{C}} \underline{d} \tag{4.97}$$

Este vector tiene dimensión K_aNKQ, donde cada subvector contiene los NQ chips pre-distorsionados de cada usuario. Es decir, cada usuario va por separado en su contribución. Por esta razón, ha de procederse a empaquetar toda la información de los K usuarios en una sola trama, simplemente sumando las contribuciones para cada antena. Dicho de otro modo, la antena 1 lleva sumadas el chip 1 del usuario 1, el chip 1 del usuario dos que se encuentra NQ posiciones después, y así sucesivamente. De este modo, concentrándose únicamente en la antena 1, la suma se puede presentar como la multiplicación del vector (4.97) por la matriz $\underline{\underline{D}}$, formada por matrices identidad de tamaño NQxNQ.

$$\underline{\underline{D}}_o = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & .. & 0 & 1 & .. & 0 & \dots & 1 & .. & 0 \\ 0 & . & 0 & 0 & . & 0 & \dots & 0 & . & 0 \\ 0 & .. & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & .. & 1 \end{array} \right] \quad (4.98)$$

NQ

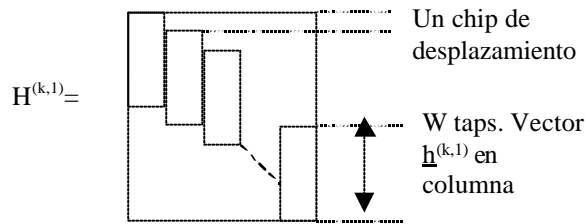
Finalmente, lo que sería ya la señal transmitida vendría dada por (4.99) de dimensión $K_u NQ$.

$$\underline{X}_T = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{d}$$

donde (4.99)

$$\underline{\underline{D}} = \text{block - diagonal}(\underline{\underline{D}}_o)$$

La señal transmitida al pasar por un canal de una ISI de longitud W distorsiona el vector transmitido. La forma en que esto tiene lugar puede visualizarse concentrándose en el usuario, digamos, k . El canal de la antena 1 a dicho usuario, tiene una respuesta impulsional que denominaremos $\underline{h}^{(k,1)}$ y la forma en que los N símbolos de la antena 1 pasan a ser recibidos por el usuario k queda representada al multiplicar estos N símbolos por la matriz $\underline{H}^{(k,1)}$ formada como sigue:



Lo anterior requiere de nuevo replicar K veces la señal transmitida para conseguir la convolución de esta con el canal. En definitiva, al considerar todas las antenas, la señal recibida (trama de N símbolos sin considerar ruido) sería:

$$\underline{x}_R = \underline{\underline{H}} \cdot \underline{X}_T = \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{D}}^H \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{d} \quad (4.100)$$

El receptor en el UE procede, con el retardo correspondiente, procede al de-spreading sin conocimiento alguno del canal. De este modo, la señal detectada pasa a ser:

$$\underline{\hat{d}} = \underline{\underline{C}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{D}}^H \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{d} + \underline{\underline{C}}^H \cdot \underline{n} \quad (4.101)$$

Note que la expresión anterior contiene dos cosas muy importantes. En primer lugar si la matriz de spreading es ortonormal el ruido es blanco; y la segunda es que, por la misma razón, el receptor es monousuario, ya que el acceso a la información de cada UE está en la submatriz correspondiente, al margen del resto que componen la global en dicha fórmula. En resumen, un diseño adecuado de la matriz de pre-distorsión conduce al receptor más simple que podemos imaginar, i.e. un filtro adaptado a la secuencia asignada de spreading. El esquema de JPTD puede verse en la Figura 4.32.

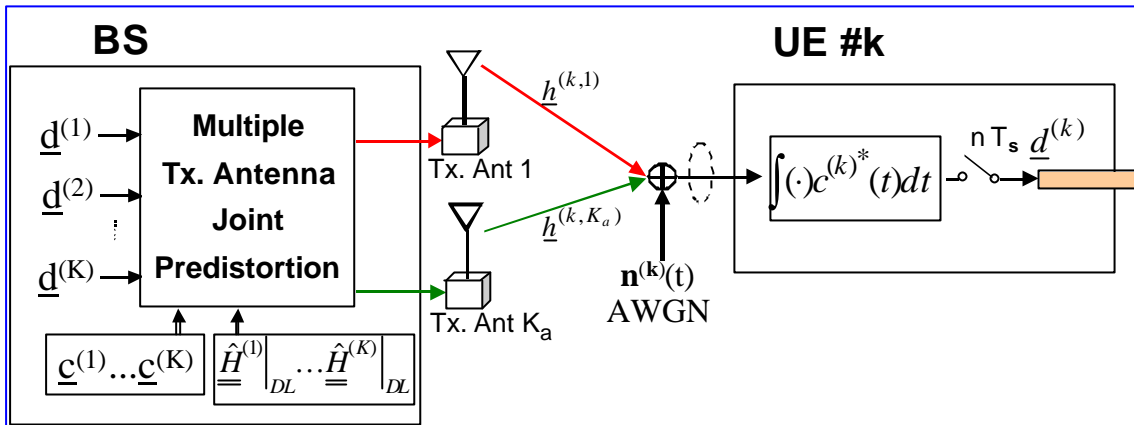


Figura 4.32. Esquema del sistema JPTD con receptor monousuario.

Finalmente queda por definir la forma en que se elige la matriz de pre-distorsión. Un criterio de ZF es decir, supresión completa de ISI y MAI sería el siguiente:

$$P = (\underline{C}^H \underline{H} \underline{D}^H \underline{D})^H \cdot [(\underline{C}^H \underline{H} \underline{D}^H \underline{D})(\underline{C}^H \underline{H} \underline{D}^H \underline{D})^H]^{-1} (\underline{C}^H \underline{C})^{-1} \underline{C}^H \quad (4.102)$$

Es fácil comprobar que esta matriz permite la recuperación de los símbolos a cada usuario con el receptor mencionado.

Es de resaltar que, a diferencia de los procedimientos anteriores, JPTD hace un uso exhaustivo del estado del canal lo que constituye su desventaja fundamental como se podrá ver. En el otro sentido, JPTD es el paradigma de la tendencia en cargar de complejidad la BS para simplificar al extremo la complejidad del UE.

Evaluación.

Como ya se ha anticipado, conjuntamente con complejidad del receptor, el nivel de CSI que emplea cada alternativa se convierte en crucial de cara a su validez practica. La Figura 4.33 muestra tres alternativas diferentes para distribuir el trafico entre el down-link o descendente (de BS a UE) y el up-link o ascendente. Como puede verse la inferior parece la mas adecuada para sistemas de distribución de contenidos. Esta representa el problema de que la BS tendrá un conocimiento limitado del canal descendente que lo recibirá con los paquete del up-link. Es claro que en entornos con velocidad en el UE los sistemas tipo JPTD que hacen un uso exhaustivo del CSI tendrán problemas de calidad.

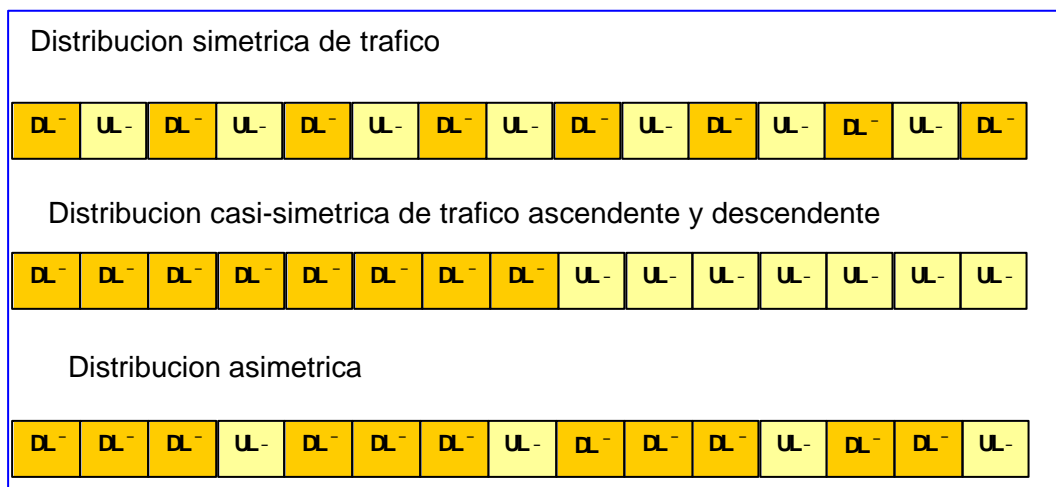


Figura 4.33. Diferente distribución de trafico ascendente y descendente.

Con un conocimiento perfecto del canal (trafico perfectamente simétrico), la Figura 4.34 muestra el resultado de esperar.

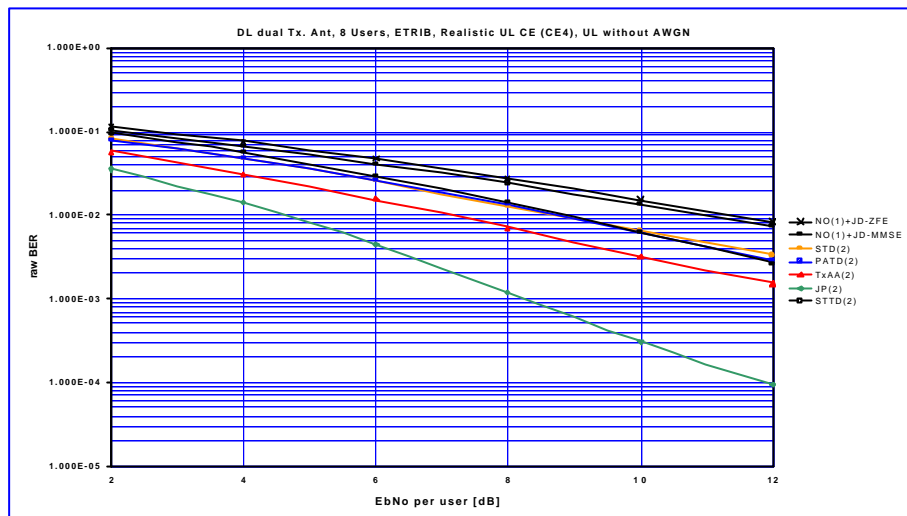


Figura 4.34. Evaluación de las técnicas TD con CSI perfecto.

En esta figura se puede observar que STD y PATD se comportan de un modo similar, siempre mejor que la detección conjunta sobre un solo transmisor (curvas de mayor BER). Que TDAA es del orden de 2 dB mejor y que JPTD presenta una ganancia espectacular de casi 4 dB.

La situación cambia totalmente cuando la calidad se representa en función de la velocidad de la UE. Esta evaluación aparece en la Figura 4.35.

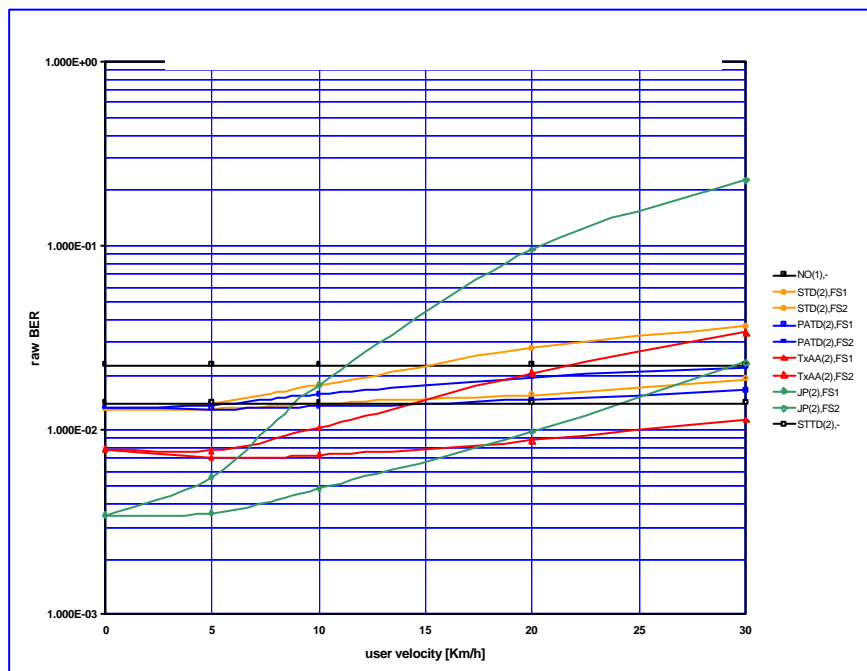


Figura 4.35. BER en la diferentes técnicas TD con respecto a la velocidad de la UE.

En esta figura se representa la calidad para trafico casi simétrico y asimétrico. Como puede verse todos los métodos salvo JPTD mantienen relativamente la VER para velocidades de 0 a 30 Km/hora, lo que evidencia su robustez a la variabilidad del canal. En el otro extremo, JPTD para trafico casi asimétrico es peor que STD a velocidades próximas a los 25 Km/hora con una tendencia al empeoramiento muy marcada. En el caso de trafico asimétrico, JPTD es peor que STD a velocidades próximas a 8 Km/hora con la diferencia de complejidad que las separa. Este aspecto relativo al CSI

requerido es lo que marca la selección de una técnica u otra dependiendo del escenario a cubrir por el correspondiente sistema.

IV.8 CODIGOS BLOQUE ESPACIO-TEMPORALES (OSTBC).

La codificación es el proceso natural por el que sistemas de procesamiento con total precisión aritmética pasa a ser severamente cuantificado en la representación de valores como en sus operaciones. La forma más amigable de introducir la presencia de códigos y coherente con lo expuesto anteriormente, es que estos han de surgir de forma natural cuando el transmisor carece de CSI. En este sentido, en el apartado tercero, se probó que en la situación de nulo CSI, la matriz de proceso del transmisor tenía que verificar (4.103), así como la correspondiente SNR en el receptor proporcional a la traza del canal MIMO en uso.

$$\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{I}} \quad SNR_{\max}^{NoCSI} = 2EbNo.Traza(\underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}}) \quad (4.103)$$

Así pues cualquier código sería simplemente aquel que verificando la condición de ortonormalidad redujese sus valores a dos niveles.

Antes de seguir, se tomara el caso de dos antenas de transmisión y una velocidad de ½, es decir dos accesos al canal por símbolo. Las matrices a usar y que verifican la primera parte de (4.103) se exponen a continuación en (4.105). El lector puede apreciar el gran número de estas y la cuestión es cuáles son las mejores para emplear en un sistema a diseñar.

El primer argumento para realizar una selección es notar que algunos pares de estas matrices presentan la propiedad de ortogonalidad según la traza, es decir, verifican (4.104)

$$Traza(\underline{\underline{X}}_i^H \cdot \underline{\underline{X}}_j) = 0 \quad (4.104)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{X}}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_2 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{X}}_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_6 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_7 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_8 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{X}}_9 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{10} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{11} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{12} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{X}}_{13} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{14} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{15} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} & \underline{\underline{X}}_{16} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.105)$$

No obstante, el resultado más interesante es que, si en lugar de pedirles ortogonalidad les pedimos una relación “amigable” (amicable matrices) según (4.106.a); entonces para cualquier canal se verificará (4.106.b).

$$Si \quad \underline{\underline{X}}_i \cdot \underline{\underline{X}}_j^H = -\underline{\underline{X}}_j \cdot \underline{\underline{X}}_i^H \quad entonces \quad (4.106.a)$$

$$Re al \left[Traza \left[\underline{\underline{X}}_i^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_j \right] \right] = 0 \quad \forall i \neq j \quad (4.106.b)$$

De este modo, este par de matrices permiten enviar dos símbolos reales en cada instante, con lo que el sistema se convierte en full-rate. En el receptor, que si tiene CSI, multiplicado por las matrices de proceso óptimo para cada código y tomando la parte real de la traza se obtendría ambos símbolos. Del mismo modo puede derivarse (4.107).

$$Si \quad \underline{\underline{X}}_i \cdot \underline{\underline{X}}_j^H = \underline{\underline{X}}_j \cdot \underline{\underline{X}}_i^H \quad entonces \quad (4.107.a)$$

$$\text{Im } ag \left\{ \text{Traza} \left[\underline{\underline{X}}_i^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_j \right] \right\} = 0 \quad \forall i \neq j \quad (4.107.b)$$

De esta forma puede diseñarse un código para símbolos complejos y además que sea full-rate. Veamos con un ejemplo como se generaría un código de este tipo para dos antenas. Si se denomina $(s1r, s1j)$ y $(s2r, s2j)$ a las componentes en fase y cuadratura respectivamente de los símbolos a transmitir. La señal transmitida en dos accesos al canal sería (4.108).

$$\underline{\underline{X}}_T = \underline{\underline{X}}_1 \cdot s1r + j \underline{\underline{Y}}_1 \cdot s1j + \underline{\underline{X}}_2 \cdot s2r + j \underline{\underline{Y}}_2 \cdot s2j \quad (4.108)$$

En el receptor se cumpliría entonces que:

$$\begin{aligned} \text{Re } al \left\{ \text{Traza} \left[\underline{\underline{X}}_1^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_T \right] \right\} &= s1r \\ \text{Re } al \left\{ \text{Traza} \left[\underline{\underline{X}}_2^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_T \right] \right\} &= s2r \\ \text{Im } ag \left\{ \text{Traza} \left[\underline{\underline{Y}}_1^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_T \right] \right\} &= s1j \\ \text{Im } ag \left\{ \text{Traza} \left[\underline{\underline{Y}}_2^H \cdot \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_T \right] \right\} &= s2j \end{aligned} \quad (4.109)$$

Con estas ecuaciones se recuperan perfectamente los dos símbolos complejos y tan solo es necesario elegir en (4.105) las cuatro matrices que verifican estas propiedades. Una búsqueda sencilla nos indica que las siguientes matrices cumplen las condiciones de (4.106) y (4.107) respectivamente.

$$\underline{\underline{X}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{X}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{Y}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{Y}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

Otra manera de visualizar el código es simplemente agrupar en los símbolos complejos $s1$ y $s2$ la señal transmitida. Es fácil observar que el código empleado es equivalente a la transmisión de los símbolos según (4.111).

$$\underline{\underline{X}}_T = \begin{bmatrix} s1 & -s2^* \\ s2 & s1^* \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

El código anterior, reportado por primera vez por Alamouti, lleva su nombre. Este código fue derivado también, de manera independiente y mucho más formal por Ganeshan/Stoica y Tarok.

Desafortunadamente códigos full-rate como el de Alamouti no existen para el caso de más de dos antenas en transmisión. La razón es que las matrices que verifican las propiedades necesarias (4.106) para símbolos reales solo existen para 2, 4 y 8 antenas. De hecho, fueron descritas por la misma persona que desarrolló la denominada transformada de Radom tan empleada en holografía y procesamiento de imagen multiespectrales. La familia de matrices con las propiedades (4.112) llevan el nombre de familia de Hurwitz-Radom. El primero también conocido por sus contribuciones a la teoría de la aproximación.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{X}}_i^H \cdot \underline{\underline{X}}_j &= -\underline{\underline{X}}_j \cdot \underline{\underline{X}}_i^H \\ \underline{\underline{X}}_i^H &= -\underline{\underline{X}}_i \\ \underline{\underline{X}}_i^H \cdot \underline{\underline{X}}_i &= I \end{aligned} \quad (4.112)$$

Si bien no es posible encontrar códigos OSTBC (Orthogonal Space Time Block Codes) para cuatro antenas y que sean full-rate, si es posible diseñar códigos de menor velocidad. En (4.113) se presenta un código rate $\frac{3}{4}$ para cuatro antenas.

$$\underline{\underline{X}}_T = \begin{bmatrix} s1 & 0 & s2 & -s3 \\ 0 & s1 & s3^* & s2^* \\ -s2^* & -s3 & s1^* & 0 \\ s3^* & -s2 & 0 & s1^* \end{bmatrix} \quad (4.113)$$

Un caso especial y de gran interes practico es, renunciando al sencillo detector de los codigos anteriores, componer secuencialmente en capas del mapa espacio-tiempo los diferentes símbolos. Para describirlo se tomara el caso de tres antenas. El sistema sera full-rate y se compondra el comienzo de la transmisión. Las matrices empleadas en los tres primeros accesos son:

$$\underline{\underline{X}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{X}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{X}}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.114)$$

La señal transmitida se forma según (4.115), donde puede verse lo tres primeros accesos al canal.

$$\underline{\underline{X}}_T(n) = \sum_{q=0}^{P-1} \underline{\underline{X}}_q \cdot s(n-q) \quad (4.115)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & s1 \\ 0 & s1 & s2 \\ s1 & s2 & s3 \end{bmatrix}$$

El sistema en el primer acceso, detecta s1. En el segundo acceso, resta la contribución de s1 y estima s2. En el tercero resta la contribución de s1 y s2 y detecta s3; y así sucesivamente para $n > 3$. En cada acceso la contribución de las capas superiores se resta para proceder a la detección del símbolo más reciente. Este esquema es denominado, con otra perspectiva, como BLAST.

A continuación se analizara de un modo general este tipo de codigos. La expresión general de un código espacio temporal para N_T antenas transmisoras y N símbolos $s(q)$, de parte real $\alpha(q)$ e imaginaria $\beta(q)$ viene dada por (4.58), donde las Q matrices $\underline{\underline{A}}$ y $\underline{\underline{B}}$ definen el código.

$$\underline{\underline{X}}_T = \sum_{q=1}^N \left(\underline{\underline{A}}_q \cdot \mathbf{a}(q) + j \cdot \underline{\underline{B}}_q \cdot \mathbf{b}(q) \right) \quad (4.116)$$

Nótese que tanto el código de Alamouti como V-BLAST son casos particulares del esquema anterior.

$$\underline{\underline{A}}_q = \underline{\underline{B}}_q = \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \dots & \underline{\underline{I}} & \dots & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

$q \text{ mat.} \quad M - q \text{ mat.}$

Para establecer un criterio de diseño de las matrices del código, es necesario establecer como sería el detector. Para ello, imagínese que el receptor cuenta con N_R antenas receptoras, el vector de los N símbolos recibidos, desglosada su parte real e imaginaria sería:

$$\begin{bmatrix} x_{R,1} \\ x_{I,1} \\ \cdot \\ x_{R,NR} \\ x_{I,NR} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\mathbf{r}}{N_T}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{H}}} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{b}_1 \\ \cdot \\ \mathbf{a}_Q \\ \mathbf{b}_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{R,1} \\ w_{I,1} \\ \cdot \\ w_{R,NR} \\ w_{I,NR} \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

Siendo ρ la SNR en el receptor, \underline{w} el vector de ruido recibido y $\underline{\underline{\mathbf{H}}}$ la matriz del canal efectivo, es decir, la combinación de la matriz del canal junto con las del código espacio-temporal. Nótese que en el caso de que Q sea menor que $N_R \cdot N$ (mas ecuaciones que incógnitas) el detector requerirá una técnica de decodificación para encontrar los símbolos originales.

El criterio de diseño será la matriz de códigos que maximiza la capacidad, asumiendo que se ha seleccionado $Q \leq N_R \cdot N$ (note que cuan mas grande sea Q mayor es la información mutua y cuanto menor sea mayor será el efecto del código).

$$\max_{\underline{\underline{\mathbf{A}}}_q, \underline{\underline{\mathbf{B}}}_q; q=1, Q} \left[\frac{1}{2N} \cdot E \left\{ \log \left| \det \left(\underline{\underline{\mathbf{I}}}_{2N_R N} + \frac{\mathbf{r}}{N_T} \cdot \underline{\underline{\mathbf{H}}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{H}}}^H \right) \right| \right\} \right] \quad (4.119)$$

Las restricciones para la minimización anterior, pueden elegirse de (4.120), donde aparecen listadas por orden de calidad en lo que se refiere a la efectividad del código.

$$\begin{aligned} a. - & \sum_{q=1}^Q \left(\text{traza} \left[\underline{\underline{\mathbf{A}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{A}}}_q \right] + \text{traza} \left[\underline{\underline{\mathbf{B}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{B}}}_q \right] \right) \\ b. - & \text{traza} \left[\underline{\underline{\mathbf{A}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{A}}}_q \right] = \text{traza} \left[\underline{\underline{\mathbf{B}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{B}}}_q \right] \\ c. - & \left[\underline{\underline{\mathbf{A}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{A}}}_q \right] = \left[\underline{\underline{\mathbf{B}}}_q^H \cdot \underline{\underline{\mathbf{B}}}_q \right] = \frac{N}{Q} \underline{\underline{\mathbf{I}}}_M, q=1, Q \end{aligned} \quad (4.120)$$

Al resolver el problema de minimización ha de tenerse presente que la solución no es única, que la función puede tener un máximo local y que el criterio elegido depende del numero de antenas receptoras. Con todo al maximizar la capacidad proporciona un método de diseño mas resolutivo que cuando se trata de minimizar una cota de la tasa de error, como se podrá ver en el siguiente apartado. Es interesante destacar que un código que satisface la tercera restricción, la mas fuerte, para el caso de N igual al numero de antenas transmisoras viene dado por (4.121). En esta expresión, la primera matriz es la

identidad multiplicada por $\exp\left(\frac{j2pk}{N_T}\right)$ y la siguiente es una matriz de permutación.

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}}_{M(k-1)+l} = \underline{\underline{\mathbf{B}}}_{M(k-1)+l} = \frac{1}{\sqrt{N_T}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{D}}}^{k-l} \cdot \underline{\underline{\mathbf{\Pi}}}^{l-1} \quad (4.121)$$

En la tabla que sigue, debida a B. Hassibi y B. Hochwald de cuyo trabajo se ha hecho transcripción en este apartado, puede verse la comparación entre la información mutua obtenida con códigos lineales (también denominados códigos LD por "linear dispersión") con respecto a la capacidad. Note que las pérdidas por la estructura de estos códigos son muy pequeñas y que estos alcanzan la capacidad máxima para el caso de que el numero de símbolos por bloque sea igual al numero de antenas transmisoras y siempre que el numero de receptoras sea superior o igual al de transmisoras.

(N, N_T, N_R)	$C_{LD}(r, N, N_T, N_R)$	$C(r, N_T, N_R)$
(2,2,1)	6.28	6.28
(4,3,1)	6.25	6.41
(6,3,1)	6.28	6.41
(4,3,2)	11.63	12.14
(4,4,1)	6.34	6.47
(4,4,2)	11.99	12.49
(8,8,4)	23.10	24.94
$(N=N_T, N_T, N_R \geq N_T)$	$C(\rho, N_T, N_R)$	x

Tabla. Debida a Hassibi y Hochwald, compara la información mutua obtenida vía códigos LD versus la capacidad para el canal MIMO correspondiente.

IV.9 CODIGOS CELOSIA ESPACIO-TEMPORALES.

En el apartado anterior se estableció la información mutua como medida de calidad de un código espacio temporal. Esta medida de calidad es útil por su relativa sencillez y porque permite un diseño de los códigos vía métodos de gradiente, en lugar de una búsqueda exhaustiva sobre todas las posibilidades. En el caso de códigos 'trellis' es difícil, cuando no imposible establecer el mismo criterio. El problema radica en que su detección ha de ser MLSE (Viterbi) y por lo tanto la formulación anterior no resulta viable. Al contrario que los anteriores, estos códigos han de encontrarse vía búsqueda directa sobre todas las posibilidades de modo y manera que la tasa de error del MLSE, mas bien una cota superior del error de secuencias sea mínima. A continuación se vera dicha formulación para pasar después a los códigos mas conocidos con el mencionado tipo de estructura.

Si se considera que los valores que permiten la señalización a transmitir en la N_T antenas se les denomina $x(k)$ y que la señalización se lleva a cabo sobre una constelación de M señales, se trata de cómo generar estos valores a partir de un conjunto de R bits de entrada y dependiendo de L bits que marcan el estado del codificador. Supongamos que tanto los R bits de entrada como los L del estado se agrupan en un solo vector tal y como se indica en (4.63).

$$\underline{b} = (b(1) \quad \dots \quad b(R) \quad a(1) \quad \dots \quad a(L)) \quad (4.122)$$

Este vector se refresca en R bits por cada uso del canal de transmisión con lo que su eficiencia será de R bps/Hz. Al mismo tiempo, el numero de estados del codificador será 2^L . El refresco de este vector consistirá en un desplazamiento hacia a la izquierda, para alojar los R bits nuevos y eliminar los R situados mas a la izquierda.

Para generar las N_T etiquetas de señalización, se utiliza una matriz de codificación \underline{G} de tal modo que dichas etiquetas se generan según (4.122).

$$(x(1) \quad \dots \quad x(N_T)) = \underline{b} \otimes \underline{G} \quad (4.123)$$

Donde, dado que ha de seleccionarse de un alfabeto de M señales, la operación de vector por matriz se ha de efectuar en modulo M . Una vez obtenidas las etiquetas, el sistema elige de la constelación las señales a transmitir. Tomando una constelación de envolvente constante, la señalización seria como se indica en (4.124), para la antena k en el instante n .

$$c_n^k = \exp\left(j \frac{2\pi}{M} x(k)\right) \quad (4.124)$$

Para evaluar la tasa de error, se han de considerar dos secuencias diferentes la correcta \underline{c} ($n=1, N$) y la errónea \underline{e} de la misma longitud.

$$\begin{aligned} \underline{c} &= [c_1^1 \quad c_1^2 \quad \dots \quad c_1^{N_T} \quad c_2^1 \quad c_2^2 \quad \dots \quad c_2^{N_T} \quad \dots \quad c_N^1 \quad c_N^2 \quad \dots \quad c_N^{N_T}] \\ \underline{e} &= [e_1^1 \quad e_1^2 \quad \dots \quad e_1^{N_T} \quad e_2^1 \quad e_2^2 \quad \dots \quad e_2^{N_T} \quad \dots \quad e_N^1 \quad e_N^2 \quad \dots \quad e_N^{N_T}] \end{aligned} \quad (4.125)$$

Asumiendo un CSI perfecto, la probabilidad de confundir en el MLSE una secuencia por la otra vendría acotada según (4.126), donde E_s es la energía por símbolo, N_o la densidad espectral del ruido Gaussiano y blanco, N_R el número de antenas receptoras y $h(k,j)$ el canal existente entre la antena transmisora k y la receptora j .

$$\Pr(\underline{c} \Rightarrow \underline{e}) \leq \exp\left(-d^2(\underline{c}, \underline{e}) \frac{E_s}{4N_o}\right) \quad (4.126)$$

$$d^2(\underline{c}, \underline{e}) = \sum_{j=1}^{NR} \sum_{k=1}^{NT} \left| \sum_{n=1}^N h(k, j)(c_n^k - e_n^k) \right|^2$$

Así pues, es básicamente la distancia euclídea entre las señales transmitidas la que gobierna esta cota de la tasa de error. De hecho, al formular dicha distancia de una manera más compacta, como se indica en (4.127). Es de destacar que cuando el código es simétrico cualquier secuencia puede tomarse por la correcta, por ejemplo, la de todo ceros.

$$d^2(\underline{c}, \underline{e}) = \sum_{j=1}^{NR} \underline{h}_j^H \cdot \underline{\underline{A}}(\underline{c}, \underline{e}) \cdot \underline{h}_j \quad (4.127)$$

$$\underline{\underline{A}}(\underline{c}, \underline{e}) = \sum_{n=1}^N (\underline{c}_n - \underline{e}_n)(\underline{c}_n - \underline{e}_n)^H$$

El proceso a continuación sería tomar la distribución o pdf de los coeficientes del canal e integrar la cota obtenida sobre dicha distribución. Dicha integración se lleva a cabo más fácilmente si se realiza sobre el espacio definido por los autovectores de la matriz de distancias $\underline{\underline{A}}$. En este sentido, puede verse que tanto para canal Rayleigh o Rice y bajo la condición de desvanecimiento lento, la cota experimental siempre es una proporcionalidad de la forma en que se indica en (4.128). Donde r es el rango de la matriz de distancias y los λ sus autovalores.

$$\Pr(\underline{c} \Rightarrow \underline{e}) \leq \mathbf{a} \cdot \left(\prod_{k=1}^r \lambda_k \right)^{-m} \cdot \left(\frac{E_s}{4N_o} \right)^{-r \cdot m} \quad (4.128)$$

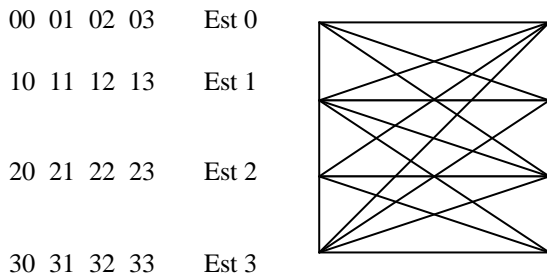
Nótese pues que se tiene una ganancia por diversidad de valor $r \cdot m$ y que una ganancia de código igual a $(\lambda_1 \times \dots \times \lambda_r)^{1/r}$ que esta definida sobre un sistema del mismo orden de diversidad que no emplee codificación.

Es claro que el primer criterio de diseño sería garantizar el rango de la matriz de distancias al número de antenas transmisoras N_T . Esto no es difícil de conseguir ya que con pocos estados la distancia libre del código será siempre superior al número de antenas transmisoras y así siempre $N \geq N_T$. Por otro lado, si se garantiza una diversidad igual al número de antenas transmisoras (i.e. $r=N_T$), el criterio de maximizar el producto de los autovalores se convierte en la maximización del mínimo de la suma de los determinantes de todos los co-factores de tamaño (n,n) de la matriz de distancias.

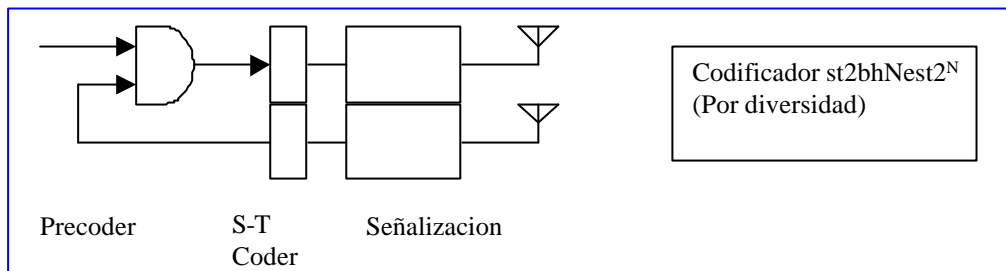
Veamos a continuación un ejemplo. El siguiente es un código debido a Calderbank y Sloane. El código es para dos antenas 'st2' es de 2 bps/Hz y el número de estados es dos. Su matriz generadora es la siguiente:

$$\underline{\underline{G}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.129)$$

Y las operaciones se generan en modulo 4. El diagrama de estados y las formas de onda vienen dadas por:

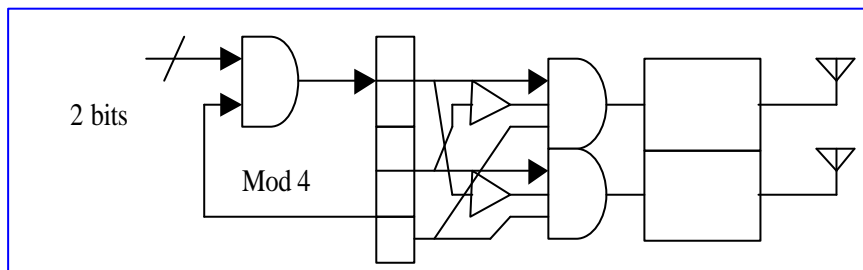


Las etiquetas indican la selección sobre una constelación QPSK de fases 0,90,180 y 270 grados respectivamente para las etiquetas 0,1,2 y 3. Nótese también que a todos estos codificadores puede añadirse un pre-codificador diferencial que, de manera heurística, permite uniformizar más el histograma de las distancias entre secuencias que nacen en un nodo y convergen mas adelante.



En este codificador del esquema anterior, se refresca con N bits, el registro superior es la suma del estado, i.e. el contenido del registro inferior, mas los N bits de entrada. La suma es modulo 2^N y la señalización se lleva a cabo sobre un 2^N -PSK.

El esquema que sigue, representa un codificador st2bh2est8 con una ganancia de código igual a 4 debido al autor.



La ganancia de diversidad esta garantizada a dos pues las ramas que parten del mismo estado o las que llegan a un mismo estado difieren en una de las componentes. Este código tiene una ganancia de 2, es decir el mínimo de la suma de los determinantes de los cofactores de 2x2 de la matriz de distancias es 4. Es importante destacar que el criterio se ha derivado de minimizar una cota de la tasa de error de secuencias. Esto implica que, sin entrar a analizar la ocurrencia de esta situación, la cota puede ser bastante pesimista y los resultados experimentales pueden mostrar una ganancia de código superior. Además, como se vera el código no es el optimo st2bh2est4 que se puede conseguir. Para ver el factor de ocurrencia, la Figura 4.36 muestra el histograma de la ganancia de código obtenida sobre una secuencia de 8000 bits de información transmitida de acuerdo al código anterior. Véase que la aparición de la secuencia mas desfavorable (con respecto a la cierta de todo ceros en las etiquetas de la señalización) es relativamente frecuente (El histograma se ha truncado a aquellas secuencias erróneas de longitud inferior a 200, i.e. $N < 200$).

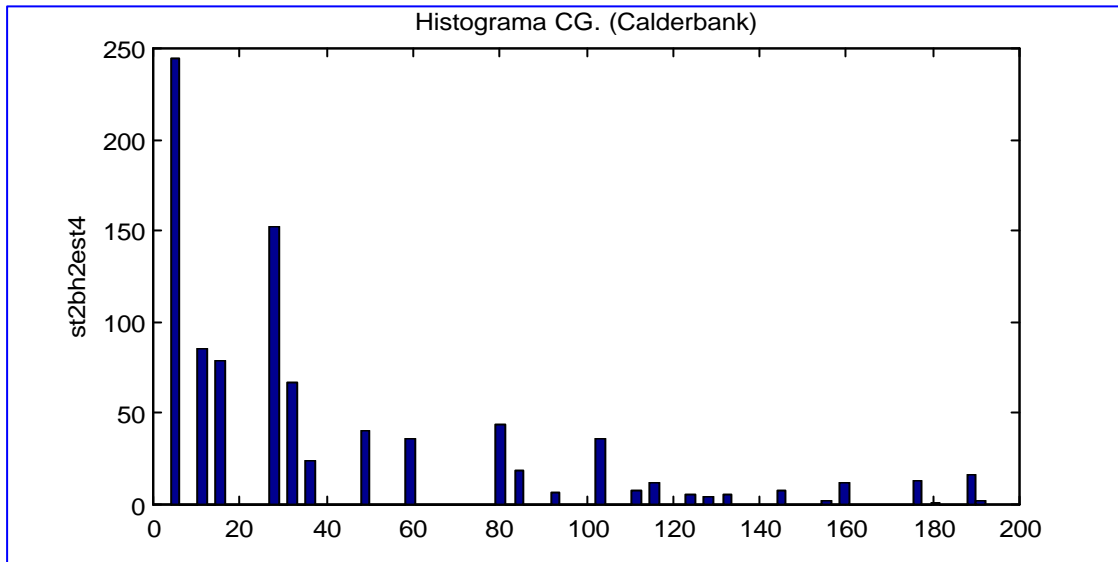


Figura 4.36. Histograma de la suma de determinantes, mostrando que el mínimo observado es 4. CG=2.

Antes de presentar otros códigos optimizados con respecto al anterior, note que el expuesto presenta una estructura muy atractiva en función de símbolos de dos bits. Efectivamente, el codificador puede presentarse como un registro de desplazamiento con dos símbolos que directamente señalizan, en QPSK, la señal a transmitir por cada antena.

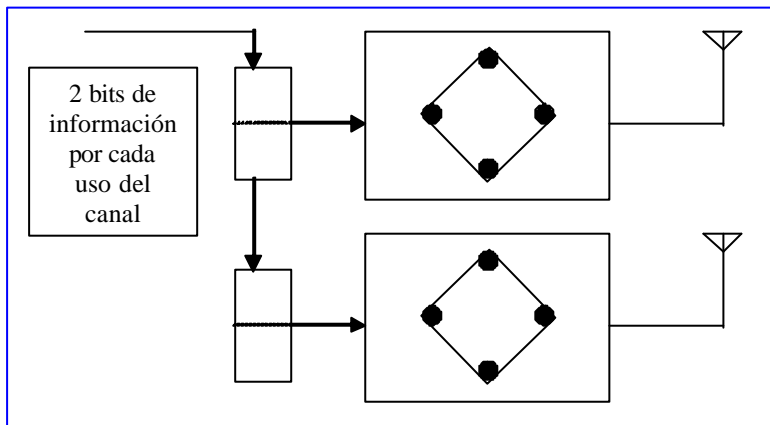


Figura 4.37. Código st2bh2est4 realizado sobre dos símbolos de dos bits y registro de desplazamiento.

Uno de los atractivos del esquema anterior es que permite su detección instantánea. La explicación es que es básicamente un sistema de diversidad espacial por retardo en tiempo. En otras palabras, si se designa como $b(k)$ el símbolo (0,1,2 o 3) en el registro superior de la figura. Las señales que se emiten por cada antena son $\exp(j\theta(k))$ y $\exp(j\theta(k-1))$, siendo $\theta(k)=(\pi/2).b(k)$. Asumiendo el caso de una antena receptora, la señal recibida sería:

$$xr(k) = h(0). \exp(j\theta(k)) + h(1). \exp(j\theta(k-1)) + w(k) \tag{4.130}$$

Con lo que el sistema $H(z)=1/(h(0)+z^{-1}h(1))$ ecualiza perfectamente el canal y permitiría la detección instantánea de los símbolos de información. Es mas, un diseño CMA también permitiría compensar los efectos de canal y no tener que recurrir a la complejidad del MLSE.

Tal vez la cualidad anterior sea el precio a que, en términos de ganancia de código o distribución de los determinantes, no es en absoluto el mejor código.

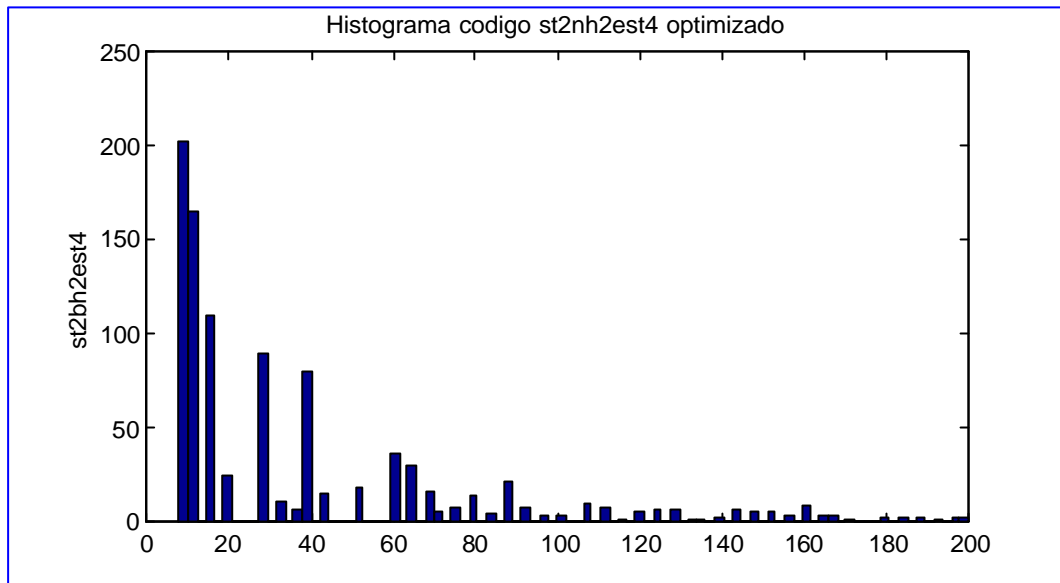


Figura 4.38. Histograma de los determinantes para un código optimizado (debido a Q. Yang y R.S. Blum) con CG igual 2.8284 y una distribución mas uniforme que el de la figura 4.18.

La matriz generadora de este código optimizado en términos de la distribución representada en la Figura 4.38, es la que sigue:

$$\underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Un código, debido al autor, con una ganancia de código superior, igual a 3.4641 y una distribución uniforme de la suma de determinantes es el dado por la matriz siguiente:

$$\underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.131)$$

Como puede verse con el caso de codificación st2bh2est4 presentado, la optimización de la matriz generadora se hace por búsqueda directa y un criterio diferente al de información mutua, empleado en el caso de bloque, mucho mas preciso que la suave cota del error aquí expuesta.

Ejemplos de matrices generadoras para diferentes códigos se listan a continuación con sus respectivas ganancia de código. Recuerde que el numero que sigue a st es el numero de antenas transmisoras, el que sigue a bh es la eficiencia espectral del código y el que sigue a este es su numero de estados.

$$st2bh2est8 \quad CG = 4 \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$st2bh2est16 \quad CG = \sqrt{32} \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$st2bh1est2 \quad CG = 4 \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$st2bh1est4 \quad CG = \sqrt{48} \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$st2bh1est8 \quad CG = \sqrt{80} \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$st2bh1est16 \quad CG = \sqrt{128} \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$st3bh1est8 \quad CG = \sqrt[3]{256} \quad \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Es interesante destacar que al margen del aumento o no de la ganancia de código, el incremento en el número de estados del codificador redundante en una distribución más homogénea de los histogramas mostrados previamente por lo que la tasa de error disminuye considerablemente.

Finalmente, nótese que el detector para estos códigos, al igual que en el caso de los códigos bloque, requiere CSI por parte del receptor. Este detalle puede constituir una gran dificultad para incorporar este tipo de códigos a sistemas de banda ancha donde la variabilidad que presenta el canal es mucho más elevada. De hecho, el criterio aquí expuesto de la suma de determinantes queda reducido en este caso al producto de distancias por cada trama de diversidad espacial.

IV.10 CODIGOS S-T DIFERENCIALES.

Cuando el ancho de banda se amplía y el escenario, en términos de longitud de onda de la señal, se hace más rico en diversidad y a la vez variante, el problema de disponer de CSI se hace prácticamente insalvable. En estas situaciones, tanto el transmisor como el receptor han de renunciar a disponer de información acerca del canal haciendo inútil el empleo de los códigos vistos hasta ahora que requieren de CSI en el receptor.

Ante la situación anterior, probablemente el único esquema que se ha mostrado eficiente es la modulación diferencial, cuyo ejemplo más paradigmático es DPSK. Con esta modulación el receptor practica una detección que emula a la detección coherente pero sin requerir información del canal. La forma en que el receptor extrae la información es sobre cambios en la señal recibida y no de manera absoluta. Esta manera de proceder exige tan solo que el canal sea prácticamente constante en dos símbolos lo que si es viable en los entornos variantes más exagerados. Estas ideas básicas son las que se van a tomar para el diseño de códigos espacio-temporales diferenciales o que no requieren CSI.

Básicamente, la estructura de un código diferencial comienza exactamente igual que en el caso de un código bloque, es decir, a partir de una colección de símbolos $\alpha(q)$, con $q=1, Q$, se genera la matriz $\underline{\underline{S}}$ que contiene la información a transmitir. Las matrices que definen el código $\underline{\underline{A}}_i$ son matrices de $M \times M$ complejas y hermiticas. Note que si los símbolos $\alpha(q)$ están seleccionados de un alfabeto de r bits, la

$$\text{velocidad del código será } R = \left(\frac{Q}{M} \right) \log_2 r$$

$$\underline{\underline{A}} = \sum_{q=1}^Q \left(\underline{\underline{A}}_q \cdot \underline{\underline{a}}(q) \right) \quad (4.132)$$

Sin entrar aun de que manera, imaginemos que se establece una correspondencia biunívoca entre la matriz a transmitir $\underline{\underline{A}}$ y una matriz $\underline{\underline{V}}$, en otras palabras, el deseo es transmitir esta nueva matriz, a partir de la cual puede recuperarse la de (4.132), y por tanto, los símbolos de información correspondientes.

Un esquema diferencial usa de una matriz de estado $\underline{\underline{X}}_{k-1}$ en el instante anterior y de la matriz de información $\underline{\underline{V}}$ para generar la matriz transmitida $\underline{\underline{X}}_k$ según (4.133). El índice k denota el tiempo de trama en el sistema de comunicación.

$$\underline{\underline{X}}_k = \underline{\underline{X}}_{k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_k \quad (4.133)$$

La transmisión se inicializaría con la emisión de $\underline{\underline{X}}_0$, cuyos elementos se han elegido pertenecientes a la constelación elegida del mismo modo que los de las sucesivas matrices $\underline{\underline{V}}$ que contienen la información de (4.74) en cada trama.

Analizando el receptor, la señal recibida sería (4.134) donde la matriz $\underline{\underline{H}}$, como habitualmente, representa el canal de transmisión. Siendo ρ la SNR efectiva en el receptor y $\underline{\underline{W}}$ el ruido Gaussiano y blanco.

$$\underline{\underline{Y}}_{R,k} = \sqrt{\rho} \underline{\underline{r}} \cdot \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{X}}_k + \underline{\underline{W}}_k \quad (4.134)$$

Si el canal se mantiene prácticamente constante a lo largo de 2M símbolos, entonces la expresión anterior puede ponerse como (4.135) que se revela como independiente del canal y, en definitiva, permite la recepción sin necesidad de CSI.

$$\underline{\underline{Y}}_{R,k} = \underline{\underline{Y}}_{R,k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_k + \left(\underline{\underline{W}}_k - \underline{\underline{W}}_{k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_k \right) \quad (4.135)$$

Con respecto al segundo término de la relación anterior, note que se trata de un término de ruido adicional que depende del mensaje transmitido. Su covarianza viene dada por:

$$E \left[\left(\underline{\underline{W}}_k - \underline{\underline{W}}_{k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_k \right) \left(\underline{\underline{W}}_k - \underline{\underline{W}}_{k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_k \right)^H \right] = \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{V}}_k \cdot \underline{\underline{V}}_k^H \right) \quad (4.136)$$

Esta expresión revela que tan solo en el caso de que la matriz transmitida sea unitaria el ruido seguirá siendo blanco y el receptor óptimo será tan sencillo como se describirá a continuación. Así pues, antes de proseguir, es importante recordar que la matriz, generada a partir del correspondiente código bloque $\underline{\underline{A}}$, no necesariamente unitaria, ha de ser unitaria para lo que sigue sea valido.

Receptor S-T diferenciales. Calidad y Criterio de diseño.

Bajo la condición del carácter unitario de la matriz transmitida, el detector ML sería el que se expresa en (4.137), para una trama de L matrices transmitidas.

$$\hat{z}_R = \underset{l=0, L-1}{\arg \max} \left\| \underline{\underline{Y}}_{R,k} - \underline{\underline{Y}}_{R,k-1} \cdot \underline{\underline{V}}_l \right\| \quad (4.137)$$

Para SNR altas, la probabilidad de error de una confundir una matriz l con otra errónea esta acotada según (4.138).

$$P_{error} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{8}{\rho} \right)^{MN} \cdot \frac{1}{\left| \det(\underline{\underline{V}}_l - \underline{\underline{V}}_{le}) \right|^{2N}} \quad (4.138)$$

Así pues, en un principio, al igual a como se expuso para códigos tipo Trellis, el diseño de las matrices transmitidas debería ser de modo y manera que se minimizase (4.139) para todos los pares posibles l, m de matrices transmitidas posibles,

$$z = \min_{l \neq m} \left| \det(\underline{V}_l - \underline{V}_m) \right|^{\frac{1}{M}} \quad (4.139)$$

Revelándose como muy poco practico. La razón es que para M antenas transmisoras y una velocidad R , el numero de matrices posibles en la constelación seria de $L=2^{M \cdot R}$, es decir, para 8 antenas y una velocidad de 3, el numero de matrices seria 2^{24} (igual a 16.777.216) lo que obliga a un criterio de diseño diferente y mas viable.

La alternativa a la minimización de la cota de la tasa de error es la maximización de la distribución de la información mutua entre la matriz \underline{V} y las dos matrices recibidas,

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{R,k-1} \\ \underline{Y}_{R,k} \end{bmatrix} = \sqrt{r} \cdot \underline{H} \cdot \begin{bmatrix} \underline{X}_{k-1} \\ \underline{X}_{k-1} \cdot \underline{V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{W}_{k-1} \\ \underline{W}_k \end{bmatrix} \quad (4.140)$$

Dicha maximización conduce a que la matriz \underline{V} ha de estar distribuida isotrópicamente, es decir, su probabilidad debe obedecer (4.141) para toda matriz de transformación \underline{T} unitaria.

$$\Pr(\underline{V}) = \Pr(\underline{T} \cdot \underline{V}) = \Pr(\underline{V} \cdot \underline{T}) \quad (4.141)$$

Esta ultima ecuación es la que realmente delimita el diseño de la matriz transmitida, y a la postre, el diseño de las matrices del código \underline{A}_q una vez decidida la transformación.

Parametrización de la matriz transmitida. Transformada de Cayley.

La matriz a diseñar \underline{V} es una función de Q matrices complejas M, M y de los Q símbolos a transmitir. Al tratarse de una matriz unitaria y compleja puede parametrizarse con tan solo M^2 parámetros reales. Para proceder a dicha parametrización existen varias alternativas.

La primera alternativa es la descomposición SVD de la matriz y a continuación, la matriz de autovectores descompuesta en $M(M-1)/2$ rotaciones de Givens. Cada matriz de Givens se parametriza en un solo parámetro que es el ángulo de rotación, es decir, $M(M-1)$ ángulos que, mas los M autovalores, completan esta parametrización de la matriz unitaria.

$$\underline{V} = \left(\prod_{q=1}^{M(M-1)/2} \underline{G}_q \right) \underline{D} \cdot \left(\prod_{q=1+(M(m-1)/2)}^{M(M-1)} \underline{G}_q \right) \quad (4.142)$$

El problema es que la parametrización no es única (reordenando las matrices de Givens es también valido) y no existe una manera sistemática de traducir los Q símbolos a codificar ni tampoco en decodificación.

La segunda alternativa, desechable por la misma razón que la anterior es la factorización de la matriz vía matrices de Householder o rango uno.

$$\underline{V} = \underline{D} \cdot \prod_{q=1}^M \left(I - 2 \cdot \frac{\underline{h}_m \cdot \underline{h}_m^H}{\underline{h}_m^H \cdot \underline{h}_m} \right) \quad (4.143)$$

La tercera alternativa es similar a la usada de manera standard en DPSK y se refleja en (4.144). Es sencilla y se genera directamente a partir del código bloque. El problema es que reducir el exponente al plano de fase principal no es sencillo y lo que es mucho mas complejo es su inversión. Por todo ello tampoco puede considerarse como valida.

$$\underline{\underline{V}} = \exp(j \cdot \underline{\underline{A}}) \quad \text{con} \quad 0 \leq \underline{\underline{A}} < 2p\underline{\underline{I}} \quad (4.144)$$

Finalmente, la solución, sigue el principio de la sencillez de la anterior al realizarse directamente sobre la matriz de código espacio-temporal, y es recurriendo a la transformada de Cayley que se expresa a continuación.

$$\underline{\underline{V}} = (\underline{\underline{I}} + j \cdot \underline{\underline{A}})^{-1} \cdot (\underline{\underline{I}} - j \cdot \underline{\underline{A}}) \quad (4.145)$$

Es fácil comprobar que se verifican las propiedades siguientes:

$$\begin{aligned} \text{Unitaria} \quad \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{V}}^H &= \underline{\underline{I}} \\ \text{Inversa} \quad j \cdot \underline{\underline{A}} &= (\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{V}})^{-1} (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{V}}) \end{aligned} \quad (4.146)$$

Además, puede demostrarse, que si el conjunto de las matrices del código alcanzan el máximo de diversidad entonces sus transformadas de Cayley también la alcanzan.

La decodificación de los símbolos transmitidos, después de sustituir la transformación en el detector anteriormente presentado conduce a (4.147) mostrándose que el detector es lineal en los símbolos transmitidos y, por tanto, puede denominarse a este decodificador como lineal.

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}(q)} \left\| \left(\begin{array}{c} \underline{\underline{Y}}_{\underline{\underline{R}},k} - \underline{\underline{Y}}_{\underline{\underline{R}},k-1} - \frac{1}{j} \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}(q) \cdot \underline{\underline{A}}_{\underline{\underline{q}}} \cdot (\underline{\underline{Y}}_{\underline{\underline{R}},k} + \underline{\underline{Y}}_{\underline{\underline{R}},k-1}) \end{array} \right) \right\|^2 \quad (4.147)$$

Respecto a la elección de Q, nótese que es deseable el mayor número posible para enriquecer la diversidad del sistema,; si se denota por N el número de variables recibidas en el receptor por cada matriz $\underline{\underline{Y}}$, y M el número de antenas transmisoras, la mejor selección es:

$$Q = \min(N, M) \max(2M - N, M) \quad (4.148)$$

Finalmente, esta el diseño de las matrices del código espacio temporal o $\underline{\underline{A}}_q$. Para ello, se ha de verificar que la distribución de $\underline{\underline{Y}}$ sea isotópica. Puede probarse que esta propiedad se verificara siempre y cuando la distribución de la matriz $\underline{\underline{A}}$, cuya transformada de Cayley es la transmitida $\underline{\underline{V}}$, tenga la distribución siguiente:

$$\Pr(\underline{\underline{A}}) = \frac{2^{M^2-M} \cdot (M-1)! \cdot \dots \cdot 1!}{\mathbf{p}^{M(M+1)/2}} \cdot \frac{1}{\det(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{A}}^2)^M} \quad (4.149)$$

Esta distribución es una generalización de la distribución escalar de Cauchy, tristemente famosa por tener varianza infinita y porque la suma de n variables también es Cauchy (no verifica el teorema fundamental del límite).

El ejemplo mas sencillo es el de Q=1 y M=1. En este caso, tomando $\underline{\underline{A}}_1=1$ entonces,

$$v = \frac{1 - j\mathbf{a}(1)}{1 + j\mathbf{a}(1)} \quad \mathbf{a}(1) = -j \cdot \frac{1-v}{1+v} \quad (4.150)$$

Como el alfabeto ha de tener 2^R puntos, standard DPSK toma estos puntos uniformemente espaciados en el círculo unidad. Esto equivale a tomar v unitaria con la expresión $e^{j\theta}$ y así $\alpha(1)$ es igual a $-\tan(\theta/2)$. Por ejemplo, para $v = \{e^{j\pi/2}, e^{-j\pi/2}\}$ entonces $\mathbf{a} = \{+1, -1\}$ DPSK. Para $v = \{e^{j\pi/4}, e^{j3\pi/4}, e^{j5\pi/4}, e^{j7\pi/4}\}$ (DQPSK) entonces $\mathbf{a} = \{-1 - \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$.

Finalmente, para el caso de R igual a tres bits $\mathbf{a} = \{-5.0273, -1.4966, -0.6682, -0.1989, 0.1989, 0.6682, 1.4966, 5.0273\}$ que claramente empieza a denotar el lento decaimiento de las colas de la distribución de Cauchy.

Desafortunadamente, para $M > 1$ no existe una manera obvia de hacer las asignaciones. Por esta razón los valores se tomaran aquellos derivados de la distribución escalar. Queda pues, como único paso para finalizar el diseño de un esquema de codificación s-t diferencial, el proceso de diseño de las matrices $\underline{\underline{A}}_q$. Para el diseño se toma como medida de calidad el criterio de distancia, valor esperado, entre las matrices transmitidas.

$$\mathbf{x} = \frac{2}{M} \cdot E \left[\det \left(\underline{\underline{V}}_l - \underline{\underline{V}}_m \right) \right] \quad (4.151)$$

Que, al sustituir la transformación de Cayley, resulta ser (4.152).

$$\arg \max_{\underline{\underline{A}}_q; q=1, Q} \left[2 \cdot \log 4 - \frac{2}{M} \cdot E \left(\log \left(\det \left(\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{A}}^2 \right) \right) \right) + \frac{1}{M} \cdot E \left(\log \left(\det \left(\underline{\underline{A}}^2 \right) \right) \right) \right] \quad (4.152)$$

Donde el valor esperado se aplica sobre los símbolos de la constelación inicial $\alpha(q)$. La minimización de (4.152) puede abordarse vía métodos de gradiente.

A continuación se verán algunos de los ejemplos más corrientes.

El caso de $M=2$ y $R=1$ el código correcto se encuentra en $Q=2$ y es (4.153) con una ganancia de codificación de 0.7776

$$\begin{aligned} \underline{\underline{A}}_1 &= \begin{bmatrix} -0.1853 & 0.8218 + j0.2694 \\ 0.8218 - j0.2694 & 0.1359 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{A}}_2 &= \begin{bmatrix} -0.2935 & -0.5885 - j0.5704 \\ -0.5885 + j0.5704 & 0.3452 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.153)$$

Códigos alternativos, que pueden encontrarse en la literatura son los que siguen con ganancias de 0.7071 ambos.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{V}}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \underline{\underline{V}}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}; \underline{\underline{V}}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \underline{\underline{V}}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{V}}_l &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{j2p/4} & 0 \\ 0 & e^{j2p/4} \end{bmatrix}^{l-1}; \quad l = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

En resumen, probablemente los esquemas de codificación diferencial sean la única alternativa existente al diseño de unidades receptoras de gran sencillez al mismo tiempo que con una robustez envidiable a cambios o transiciones brusca en el canal.

IV.11 CONCLUSIONES.

Se han presentado diversos esquemas, tanto de proceso continuo como de códigos para el procesado en el transmisor de la información a transmitir.

El capítulo ha comenzado con la generalización de los principios que, a nivel escalar, son empleados para filtros terminales para derivar diseños optimizados de proceso espacio temporal tanto en

recepción como en transmisión. El diseño se ha realizado en frecuencia lo que conlleva un cierto nivel de aproximación cuando los conformadores resultantes se realizan vía filtros FIR. Es de destacar que el diseño es más trasladable a sistemas multiportadora, FDSS o OFDM donde cada una de las bandas diseñadas, al corresponderse con la portadoras empleadas reducen el filtrado FIR a una mera multiplicación que altera simplemente el módulo y la fase de la portadora.

A continuación se ha expuesto como serían las arquitecturas para el caso multiusuario, con una presentación secuencial de los sistemas empleados. La presentación está ordenada por su viabilidad decreciente versus una calidad creciente para canales de slow fading. El criterio de calidad queda en evidencia cuando el canal es del tipo fast fading, motivado entre otros factores por la gran asimetría del tráfico ascendente y descendente en sistemas de distribución de contenidos. El canal de variación rápida hace evidente la robustez de los sistemas más viables y poco complejos. El resultado hace entrever que, muy probablemente, las técnicas de tipo JPTD quedarán relegadas a entornos muy estables.

Introducida la necesidad de codificación S-T, se ha comenzado esta por los códigos bloque, seguida de los equivalentes a los convolucionales pero en su versión S-T- y finalmente a los códigos S-T diferenciales. Es de destacar estos últimos por presentar un compromiso entre la calidad de los convolucionales y los bloque y sobre todo no requerir de información del estado del canal, ni en recepción ni en transmisión, o CSI.

IV.9 REFERENCIAS.

De carácter general al contenido de todo el capítulo

M.A. Lagunas, J. Vidal, A.I. Perez, "Joint array combining and MLSE for single user receivers in multipath Gaussian multi-user channels". IEEE J. Selected Areas in Communications, Vol. 18, pp.2252-2259, Nov. 2000.

M.A. Lagunas et al. "Spatial processing for frequency diversity systems". IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 48, No. 2, pp. 353-362, Feb. 2000

M.A. Lagunas. "La diversidad en comunicaciones". Discurso de ingreso a la Academia de Ingeniería de España. ISBN 84-923406-4-9. Octubre 1999

J. Vidal, M. Cabrera, A. Agustín, M.A. Lagunas. "Enhanced MDIR Receiver for space-time dispersive channels". IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 2 No. 1, pp. 99-107, January 2003

A. Pascual, A. I. Pérez, M. A. Lagunas. "Pre and post beamforming in MIMO channels applied to Hiperlan/2 and OFDM". IST Mobile Communications Summit, Barcelona, pp. 3-9, Sep. 2001

A. Pascual, Ana Perez-Neira, M.A. Lagunas. "Space time diversity applied to single user environments and MIMO transmission channels". IEEE-CAS, Icecs 2001. Vol. III, pp. 1179-1182, IEEE Catalog 01EX483, ISBN 078037057, Malta Sept. 2001

A. Pascual, A. Pérez, D. Pérez, M.A. Lagunas. "Power allocation techniques for joint beamforming in OFDM-MIMO channels". Eurasip- Eusipco 2002. On Multiuser- Multicarrier. Toulouse. Paper 348, pp. 383-386. September 2002.

D. Pérez, M.A. Lagunas, J.M. Cioffi. "Optimum linear joint transmit-receive processing for MIMO channels with QoS constraints". Aparecerá en IEEE-SP Transactions. 2003

D. Pérez, J. Cioffi, M. A: Lagunas. "Joint Tx-Rx Beamforming Design for Multicarrier MIMO Channels: A Unified Framework for Convex Optimization". Aparecerá en IEEE-SP Transactions. 2003.

D. Pérez, J. Cioffi, M.A. Lagunas. "Uniform power allocation on MIMO channels: A game theoretic approach". IEEE Information Theory, Vol. 49, No. 7, July 2003, pp. 1707-1727.

T. Pascual. "Diversidad espacio-temporal aplicada a procesamiento de arrays en Comunicaciones móviles". Proyecto Fin de Carrera. ETSE Telecomunicación Barcelona. UPC. Sept. 2000.

T. Pascual, M.A.Lagunas, Ana I. Perez. "Space Time diversity applied to single user environments and MIMO transmission channels". IEEE-ICECS 2001. Malta, Sept. 2001.

A.J. Paulraj, C.B. Papadias. "Space time processing for wireless communications". IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 14-16, pp. 49-83, Nov. 1997.

J. Yang, S. Roy. "On joint transmitter and receiver optimization for MIMO transmission systems". IEEE-Tans. on Communications, Vol. 42-12, pp. 3221-3231, Dec. 1994.

M.L. Honig, P. Crespo, K. Steiglitz, "Supression of near far end cross-talk by linear pre and post filtering". IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 10-3, pp. 614-629, April 1992.

Para el apartado de multiusuario, la mejor referencia de donde se ha extraído la explicación y la mayor parte de las gráficas del apartado es la referencia siguiente:

Gimenez Castellet. "Antenna diversity in 3rd generation mobile communications systems". Proyecto Fin de Carrera. ETSE Telecomunicacion de Barcelona. UPC. Sept. 1999.

Dentro de la referencia anterior pueden encontrarse multiples referencias al tema. Las mas destacables se listan a continuación:

S. Moshavi. "Multiuser detection for DS-CDMA Communications". IEEE Communications Magazine, pp. 124-136, October 1996.

A.Klein, G.K. Kaleh, P.W. Baier. "Zero Forzing and Minimum Square Error Equalization for multiuser detection in Code-Division Multiple Access Channels". IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. 45, No. 2, pp. 276-287. May 1996.

P. Jung, J. Blatz. "Joint detection with coherent receiver antenna diversity in CDMA mobile radio systems". IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. 44, No. 1, pp. 76-88, Feb. 1995.

J. Blanz, A. Klein, M. Nabhan, A. Steil. "Performance of a cellular hybrid C/TDMA mobile radio system applying joint detection and coherent receiver antenna diversity". IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 12, No. 4, pp. 568-579, May 1994.

P. Jung, P.D. Alexander. "A unified approach to multiusers detectors for CDMA and their geometrical interpretations". IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 14 No. 8, pp. 1595-1601, Oct. 1996.

Tdoc(98)019- Nokia, Samsung: UTRA FDD Downlink Transmission Diversity Concept

Tdoc(98)053- Samsung: Proposal for Down Link Time Switched Transmission Diversity (FDD)

Tdoc(98)098- Samsung: Proposal for Down Link Time Switched Transmission Diversity (FDD)

Tdoc(98)167- Nokia: Selective Transmitt Diversity for UTRA/FDD Down Link

Tdoc(98)257- Motorola: A comparison of Forward Link Transmitt Diversity applied to the TDD mode

Tdoc(98)259- Samsung: Improvement of UTRA FDD Downlink by Transmitt Diversity.

Tdoc(98)481- Motorola: Transmitt Antenna Diversity (TAD) (FDD).

TSGR1#3 R1-99186- Motorola: Transmitt diversity schemes applied to the TDD mode

TSGR1#6 R1-99879- Motorola: More results on Transmitt Diversity for the TDD Mode.

TSGR1#6 R1-99879- Motorola: More results on Transmitt Diversity for the TDD Mode.

TSGR1#5 R1-99632- Motorola:Transmitt Diversity schemes app`lied to the TDD mode (II).

Tdoc(98)257- Motorola: A comparison of Forward Link Transmitt Diversity applied to the TDD mode

Tdoc(98)318- Benefits of coherent Transmission using Transmitt adaptive diversity.

TSGR1#3 R1-99186- Motorola: Transmitt diversity schemes applied to the TDD mode

TSGR1#6 R1-99879- Motorola: More results on Transmitt Diversity for the TDD Mode.

TSGR1#5 R1-99632- Motorola:Transmitt Diversity schemes app`lied to the TDD mode (II).

Tdoc(98)82- Bosch: Joint predistortion: A proposal to allow for low cost UMTS TDD mode terminals.

Tdoc(98)205- Bosch: Mixed use of Joint predistortion and joint detection in the UTRA TDD mode

Tdoc(98)244- Bosch: BER performance of Joint Distortion compared to joint detectionin the UTRA TDD mode- v.2.

Tdoc(98)328- Bosch: Resource allocation in joint predistortion systems (TDD)

Tdoc(98)360- Bosch: BER performance of Joint Predistortion compared to joint detection in TDD- new results.

Tdoc(98)553- Bosch: Joint predistortion detection complexity (TDD).

TSGR1#5 R1-99918- Bosch: Tx diversity with Joint Predistortion (TDD).

TSGR1#7 R1-99a82- Bosch: TDD downlink performance in indoor environments.

TSGR1#8 R1-99g20- Bosch: TDD transmitt diversity with joint predistortion. Further simulation results.

El apartado de codificación s-t diferencial se ha resumido de la siguiente referencia:

B. Hassibi, B. M. Hochwald. "Cayley differential unitary space-time codes". Sometido a publicación a IEEE-IT. Feb. 2001.

Para la introducción en los criterios codigos bloque se ha resumido prácticamente el trabajo siguiente:

P. Stoica. G. Ganesan. "Maximum SNR space time designs for MIMO channels". IEEE- Trans. on Signal Processing.

A. Hottinen, O. Tirkkonen, R. Wichman. „Multi-antenna transceiver techniques for 3G and beyond“. Wiley. 2003

Para el apartado de códigos s-t bloque se han usado las siguientes referencias:

B. Hassibi, B.H. Hochwald. "High rate linear space-time codes". IEEE- ICASSP 2001. Salt Lake.

S.M. Alamouti. "A simple transmit diversity technique for wireless communications". IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 16, No. 8, pp. 1451-1458, October 1998.

Para códigos s-t en celosía se han usado las siguientes referencias:

V. Tarokh, N. Seshadri, A.R. Calderbank. "Space time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction". IEEE Trans on Information Theory, Vol. 44, No. 2, pp 744-765, March 1998.

A.R. Calderbank, N.J. A. Sloane. "New Trellis codes based on lattices and cosets"IEEE Trans. on Information Theory, Vol. IT 33, No. 2, pp. 177-195 , March 1987.

Q. Yan, R. S. Blum. "Rate adaptive space time modulation techniques for combating cochannel interference". IEEE- ICASSP 2001. Salt Lake.

También en el tema pero mas resumido puede consultarse:

B.L. Hughes. "Diferrential Space-Time modulation". ISBN 0-7803-5668-3/99. IEEE 1999.

V. Tarokh, H. Jafarkhani. "A differential detection scheme for trasnmit diversity". Aparecera en IEEE Journal on Selected Areas in Communications.

B.M. Hochwald, T. L. Marzetta. "Unitary space-time modulation for multiple antenna communications inRayleigh flat fading". IEEE Trans. on Information Theory.