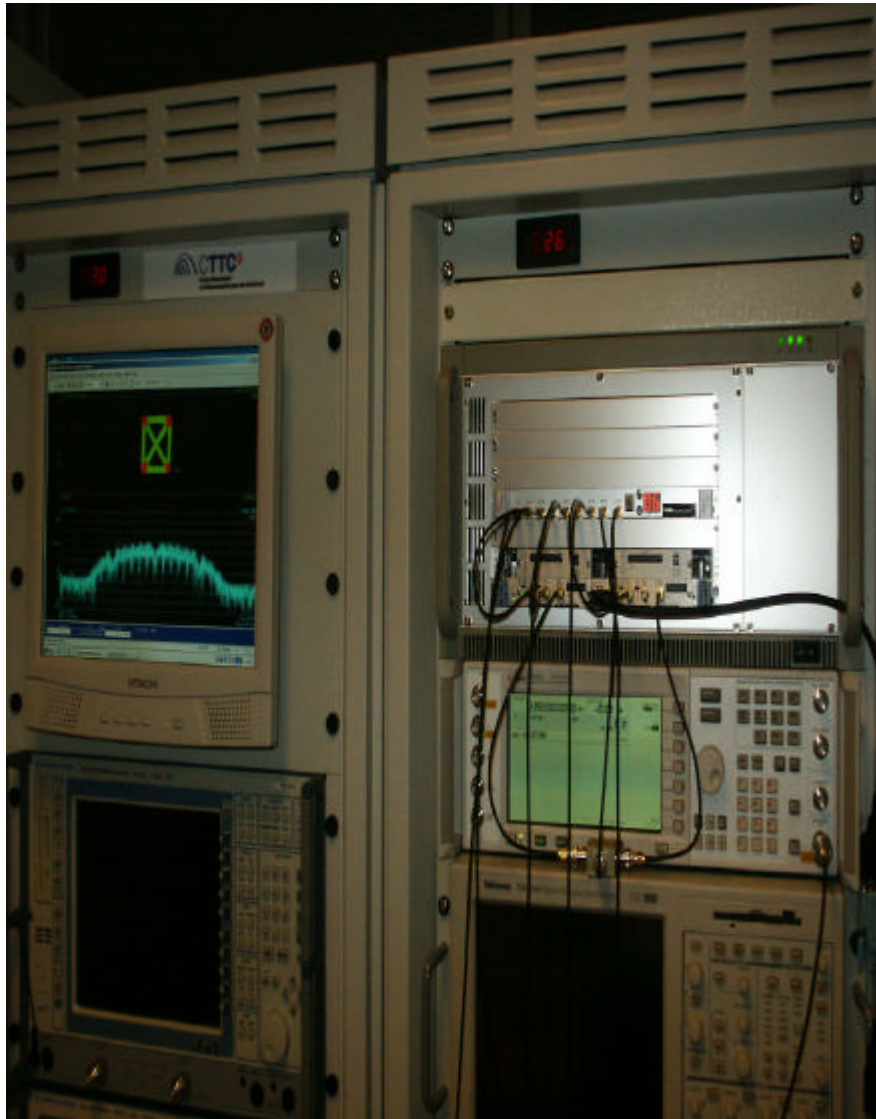


CAPITULO VI: ARQUITECTURAS DE BAJA COMPLEJIDAD



Miguel Ángel Lagunas, Ana I. Pérez-Neira

CAPITULO VI: ARQUITECTURAS DE BAJA COMPLEJIDAD.

VI.1. INTRODUCCION.....	6.3
VI.2. ZF Y LA DESCOMPOSICION Q-R.....	6.6
VI.3. EL CONCEPTO DIRTY-PAPER.....	6.9
VI.4. ESQUEMAS T-H EN MIMO.....	6.11
VI.5. SPHERE PRECODER.....	6.15
VI.6. CRITERIO MSE.....	6.16
VI.7. RESUMEN.....	6.18
VI.8. REFERENCIAS.....	6.19

VI.1. INTRODUCCION.

En los capítulos anteriores se ha hecho énfasis en el interés de diagonalizar el canal MIMO en canales ortogonales, siempre asumiendo CSI en el transmisor y receptor. Probablemente, cabe preguntarse si alguna otra descomposición de la matriz de canal, diferente de SVD, alberga soluciones de interés para el envío de información a través de un sistema con múltiples antenas. La respuesta a esta pregunta no solamente es si, sino que además es sorprendente en muchos aspectos. La respuesta esta en la descomposición QR y la descomposición LU.

Este capítulo introduce ambas desde el punto de vista de simplificar la complejidad del receptor y, como podrá ver el lector en breve, dichas descomposiciones logran el objetivo e, insistimos de una manera sorprendente. Aunque este punto de vista de reducción de complejidad, de por sí justifica su presencia en estas notas, existen argumento en términos de capacidad que no solamente establecen estas descomposiciones como alternativas a SVD sino que, además, muestran una proximidad extraordinaria la solución al problema de MIMO para Broadcasting que aun hoy es un problema abierto. Dado que el contenido del capítulo toma como referencia la reducción de complejidad en el receptor, se aprovechara la introducción para describir brevemente el interés que para los problemas de MIMO-MAC y MIMO-BC tienen los esquemas que iran apareciendo a lo largo del capítulo.

En un canal MIMO-MAC en el que K usuarios acceden a una estación base que posee n_R antenas y los usuarios cada uno con n_{Tk} antenas, el concepto de capacidad para un solo usuario puede extenderse fácilmente. De hecho, la denominada sum-capacity crece linealmente con el mínimo de las antenas transmisoras y la suma de las receptoras.

$$C_{MIMO-MAC}^{SUM} \approx f_0 \cdot \min \left[n_R, \sum_{k=1}^K n_{Tk} \right] \quad (6.1)$$

La región de capacidad es bien conocida y esta formada por todas las combinaciones posibles de rate de cada usuario. También, alcanzar capacidad en el caso MAC puede conseguirse con el denominado superposition coding o bien, por un concepto que se expondrá después y que viene a denominarse como descodificación sucesiva y cancelación de interferencia a la estación base. Este esquema de descodificación sucesiva surgirá a continuación como una manera sencilla de restar complejidad a un receptor MIMO. Así pues, recuerde que esquemas de descodificación o cancelación sucesiva, así como, receptores iterativos que en este capítulo se obtendrán como soluciones de baja complejidad a implementar en el transmisor, cuando se implementan en el receptor constituyen la manera de alcanzar capacidad en un sistema MIMO de múltiple acceso.

A nivel de comparación, supóngase el caso de un sistema TDMA en el que tan solo un usuario esta activo en la ranura de tiempo. Si el numero de antenas de todos los usuarios es igual a N , se puede escribir que:

$$\frac{C_{MIMO-MAC}^{SUM}}{C_{TDMA}} \approx \min \left[\frac{n_R}{n_T}, K \right] \quad (6.2)$$

Es decir, la mejora puede ser muy elevada si se hace crecer el número de antenas en el punto de acceso.

El caso de MIMO-BC o broadcasting es aun un problema abierto en que es capacidad y cuales son las técnicas óptimas de codificación y detección. La situación cambia si se admite que el canal está degradado. Se verá a continuación que, efectivamente, se puede formular capacidad para MIMO-BC degradado y que existe una solución óptima de codificación para alcanzar capacidad en este tipo de canal.

Considerando el canal SISO en primer lugar y en el caso de dos receptores, la situación sería la de la Figura 6.1.

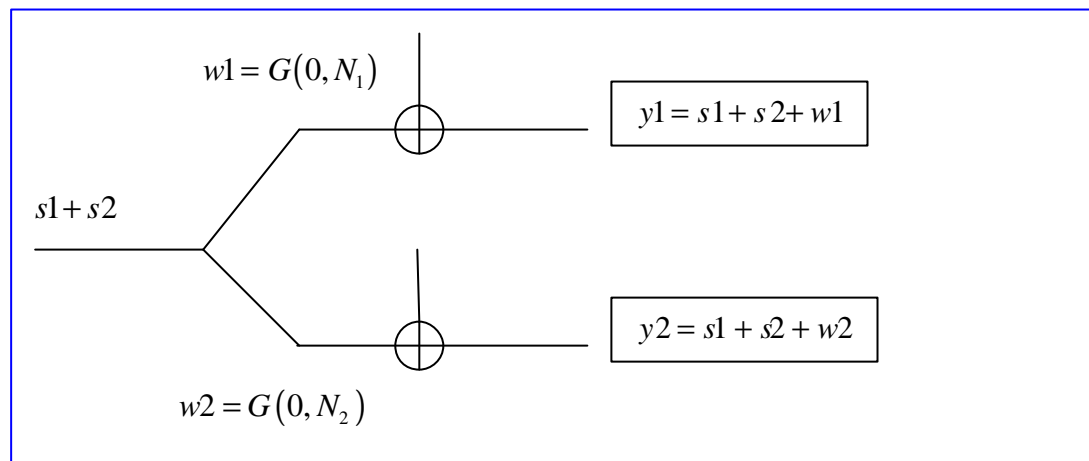


Figura 6.1. Canal SISO-BC degradado.

La solución a este problema es la descodificación sucesiva en los receptores. Es decir, se ha de codificar s_2 tratando a s_1 como interferencia desconocida alcanzándose R_2 . Si el ruido es menor en y_1 que en y_2 quiere decir que si se ha podido decodificar s_2 desde y_2 también se puede decodificar desde y_1 . Al restar s_2 de y_1 se alcanza R_1 como si s_2 no existiera, es decir, la capacidad para el caso de interferencia conocida es la misma que si la interferencia no existiera. En cualquier caso, el canal degradado es esencial en el proceso.

$$R_2 = \frac{1}{2} \cdot \log \left(1 + \frac{P_2}{N_2 + P_1} \right) \quad (6.3)$$

$$R_1 = \frac{1}{2} \cdot \log \left[1 + \frac{P_1}{N_1} \right]$$

Este concepto llevado al transmisor es conocido como DP (Dirty Paper Coding) en el sentido que el código para s_1 se escribe sobre las zonas de un papel que previamente a manchado s_2 y de este modo el canal degradado no es necesario. Los apartados que siguen describen, bajo la perspectiva de baja complejidad en el receptor, como es el sistema de precodificación que permite la mayor calidad en sistemas MIMO-BC.

Con todo, el paso de SISO a MIMO no es fácil. Nótese que en el caso MIMO no se puede establecer que canal es peor y por lo tanto la descodificación sucesiva no es una solución. Si lo es el extender el concepto DP a MIMO. En este caso, denominando $\underline{\underline{Q}}$ la matriz de covarianza transmitida, la capacidad que puede obtenerse con DP sería:

$$R1 = \frac{1}{2} \log \left[\frac{\det(\underline{\underline{H}}_1 \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{H}}_1^H + \underline{\underline{H}}_2 \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{H}}_2^H + \underline{\underline{\Phi}})}{\det(\underline{\underline{H}}_1 \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{H}}_1^H + \underline{\underline{\Phi}}_1)} \right] \quad (6.4)$$

$$R2 = \frac{1}{2} \log \left[\frac{\det(\underline{\underline{H}}_2 \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{H}}_2^H + \underline{\underline{\Phi}}_2)}{\det(\underline{\underline{\Phi}}_2)} \right]$$

Es interesante destacar que la capacidad suma del canal MIMO-BC esta acotada por la capacidad que se deriva de una situación en la que los receptores cooperen, es decir, considerando x como el vector transmitido para $s1$ junto a $s2$ y $\underline{\underline{H}}$ representa el canal para los dos usuarios, entonces se verifica:

$$C_{MIMO-BC}^{SUM} \leq \min_{\underline{\underline{\Phi}}} \left(\max_{\underline{\underline{\Phi}}_x} \left[\log \left[\frac{\det(\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{H}}^H + \underline{\underline{\Phi}})}{\det(\underline{\underline{\Phi}})} \right] \right] \right) \quad (6.5)$$

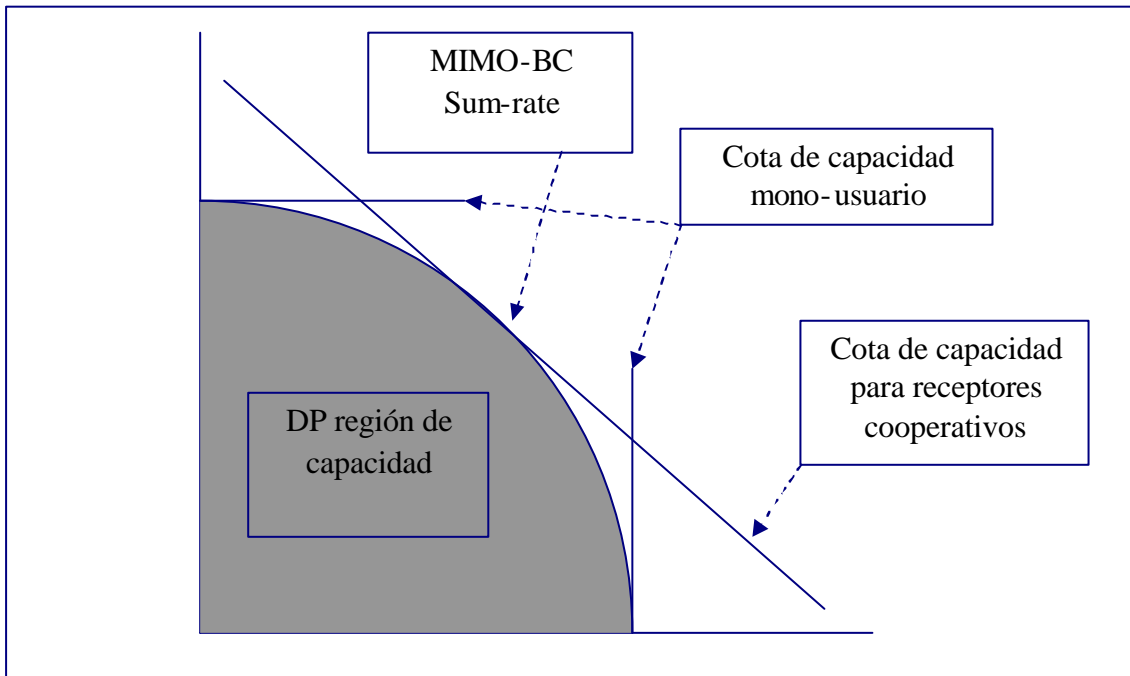


Figura 6.2. región de capacidad de DP para MIMO-BC y cotas.

También es de interés el conocer que la capacidad del canal MIMO-BC tiene un comportamiento asintótico similar al canal MAC y también se beneficia de añadir antenas en el transmisor en este caso.

La región de capacidad para DP aparece en la Figura 6.2 así como sus límites. Queda aun por conocer si la región de DP cubre completamente la región de capacidad del canal MIMO-BC.

El capítulo que sigue describirá los sistemas de precodificación, extrapolables al receptor para el caso MIMO-MAC, que permiten acercarse el punto de sum-capacity con desviaciones máximas de 3 bits/seg/Hz para baja SNR a prácticamente cero para SNR superiores a 30 dB.

VI.2. EL CONCEPTO DIRTY-PAPER (DP).

El primer intento en reducir complejidad en el receptor obliga a recurrir a una detección instantánea de los símbolos transmitidos, con lo que, sin duda, se está obligado a abandonar el detector ML. El segundo paso es olvidarse de entornos interferentes y pensar tan solo en el enlace punto a punto de transmisor a receptor sin más limitación que el canal MIMO y el correspondiente ruido del front-end del receptor. Al final, se llega a la conclusión de que la máxima sencillez se obtiene cuando el criterio de diseño es ZF.

Obviamente, llegar a ZF como criterio de diseño entraña un conjunto de pérdidas en la calidad y no menos limitaciones en las prestaciones del sistema a diseñar. Para evidenciar la limitación más fuerte del esquema ZF se tomara el caso de transmitir n_s streams sobre un canal MIMO caracterizado por su respuesta que se asumirá flat-fading. Sea el vector \underline{I} el conjunto de streams que se van a transmitir. Un diseño ZF implica el empleo de una matriz de proceso \underline{B} en el transmisor de modo y manera que se verifique (6.6).

$$\underline{B} = \underline{H}^H \cdot (\underline{H} \cdot \underline{H}^H)^{-1} \quad (6.6)$$

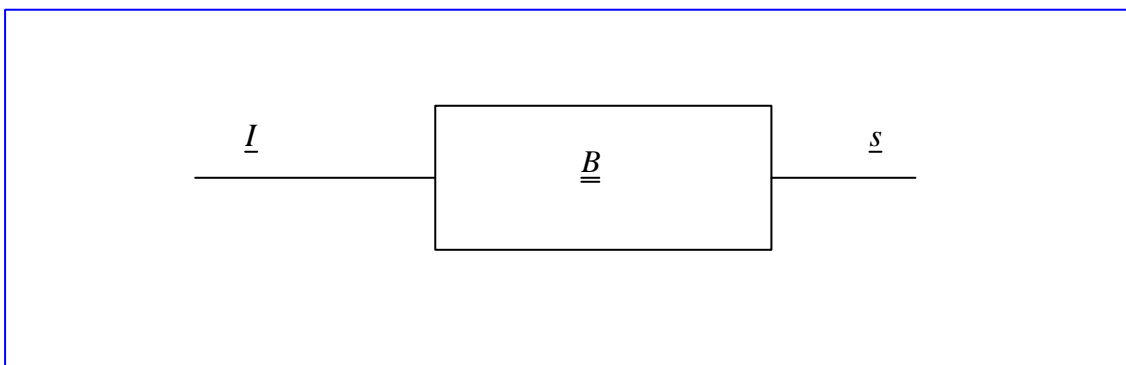


Figura 6.3. Esquema simplificado del transmisor mostrando el vector de entrada con los streams a transmitir y el vector de señales en cada antena transmisora.

De este modo, los símbolos transmitidos \underline{s} vendrían dados por (6.7).

$$\underline{s} = \underline{B} \cdot \underline{I} \quad (6.7)$$

El gran problema derivado de emplear ZF es que, al limitar la energía transmitida, obliga a normalizar el receptor según E_T . Denominando a \mathbf{a} a la constante de normalización, esta habrá de verificar (6.8).

$$\mathbf{a}^{1/2} = \frac{E_T}{\mathbf{b}} = \frac{E_T}{\text{Traza}(\underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}})} = \frac{E_T}{\text{Traza}(\left[\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{H}}^H \right]^{-1})} \quad (6.8)$$

En lo que se refiere al receptor, este tendría una señal recibida y una relación señal a ruido como se indican en (6.9), donde es evidente el papel crucial de la normalización empleada en el transmisor. Nótese que el sistema es fair ya que presenta la misma relación se

$$\underline{y} = \left(\frac{E_T}{\mathbf{b}} \right)^{1/2} \cdot \underline{I} + \underline{w} \quad \text{SNR} = \frac{E_T}{\mathbf{b} \cdot N_0} \quad (6.9)$$

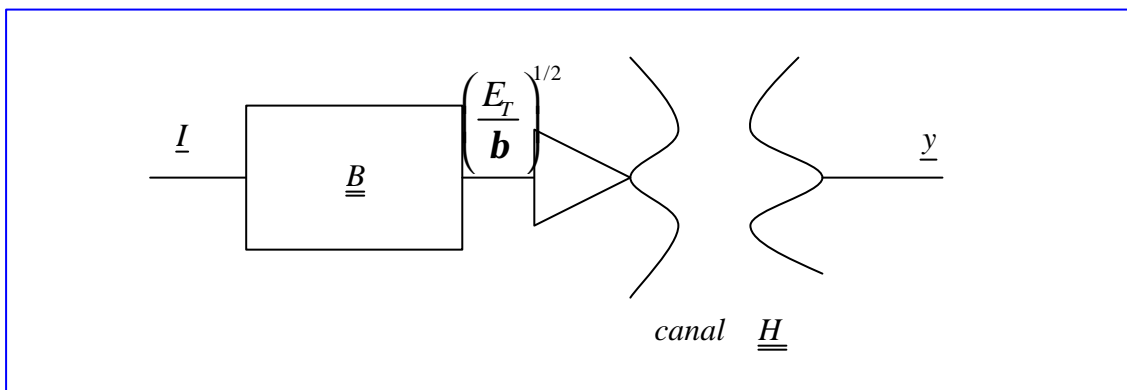


Figura 6.4 Esquema Tx-Rx para ZF con control de energía transmitida.

Aquí se hace evidente el primer gran problema de los esquemas ZF, ya que el valor esperado de β tiende a infinito con lo que el sistema puede presentar y presenta un comportamiento catastrófico.

La solución a este problema grave tiene que ver con el fairness que la técnica muestra para todos los streams, usuarios en un entorno multi-usuario. De hecho, la disponibilidad de CSI ha mostrado que existen los eigenmodes del canal, es decir, canales independientes sin interferencia intersimbolo entre ellos. Estos canales tan buenos, en términos de ISI, son virtuales, es decir, no existen físicamente y es el diseñador con los beamformers correspondientes quien los genera. En cualquier caso, es conveniente recordar que la existencia de los eigenmodes y como el diseñador los obtiene, sugiere que tal vez se podrían buscar otros canales virtuales con propiedades diferentes. El problema puede verse en plantearse si existe otro conjunto de canales entre los que genera ZF y los que genera SVD con propiedades también a medio camino entre ambos.

La respuesta a esta búsqueda de nuevos canales derivados de la arquitectura MIMO es afirmativa y dicha respuesta ha de buscarse en una alternativa que no sea ni invertir el canal ni recurrir a sus eigenmodes.

Revisando nuestros conocimientos de álgebra encontraríamos una descomposición, menos sofisticada que la descomposición en valores singulares pero no por ello menos útil. Esta descomposición es la denominada Q-R. Dicha descomposición descompone la matriz del canal en una matriz ortonormal multiplicada por una lower-triangular. Obviamente, esta descomposición no va a generar una diagonalización del canal, dado el carácter triangular de la segunda matriz, por lo que su uso va a conducir a canales con ISI. Lo que si revela la estructura triangular, como se vera con mas detalle mas adelante, es que existen canales virtuales cuya ISI pasa de cero para el primero a máxima para el ultimo.

Veamos con mas detalle lo expuesto en los dos párrafos anteriores y que relación guarda esta descomposición con el problema del diseño ZF.

La descomposición Q-R viene dada por (6.10), donde la primera matriz es orthonormal y la segunda es lower-triangular.

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{Q}} \quad (6.10)$$

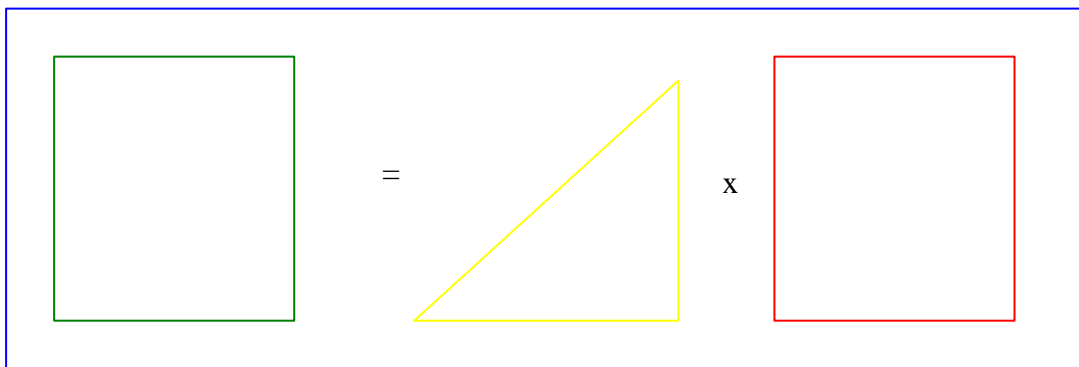


Figura 6.5. Representación grafica de la descomposición Q-R para la matriz de canal MIMO.

En consecuencia si el transmisor, en concreto su procesador espacio-temporal se identifica con la matriz $\underline{\underline{Q}}$ el canal no queda diagonalizado pero adopta una forma especial que simplifica el receptor. Al mismo tiempo, dado el carácter ortogonal de dicha matriz la energía transmitida esta permanentemente bajo control.

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{Q}}^H \quad \text{y} \quad \underline{\underline{B}}^H \cdot \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{Q}}^H = \underline{\underline{I}} \quad (6.11)$$

El precio a este control de potencia esta en que el receptor ha de combatir la ISI que deja el canal equivalente incrementando así su complejidad. En el siguiente apartado se presenta el receptor y la solución como un ir y venir entre complejidad en el receptor y control de potencia en el transmisor. Recuerde que el capítulo pretende mostrar baja complejidad y, aparentemente la descomposición Q-R la incrementa con respecto a ZF. Mas adelante se podrá ver lo brillante de la solución para alcanzar ambos objetivos, es decir, para tener baja complejidad en el receptor y al mismo tiempo un control perfecto de la potencia en transmisión.

VI.3 EL CONCEPTO DIRTY PAPER (DP).

Asumiendo el empleo de la matriz Q en el transmisor, el canal equivalente se visualiza en la Figura 6.6, donde es evidente que, al no ser diagonal, presenta ISI y requiere complicar el receptor, siendo:

$$\underline{u} = \underline{Q}^H \underline{I}$$

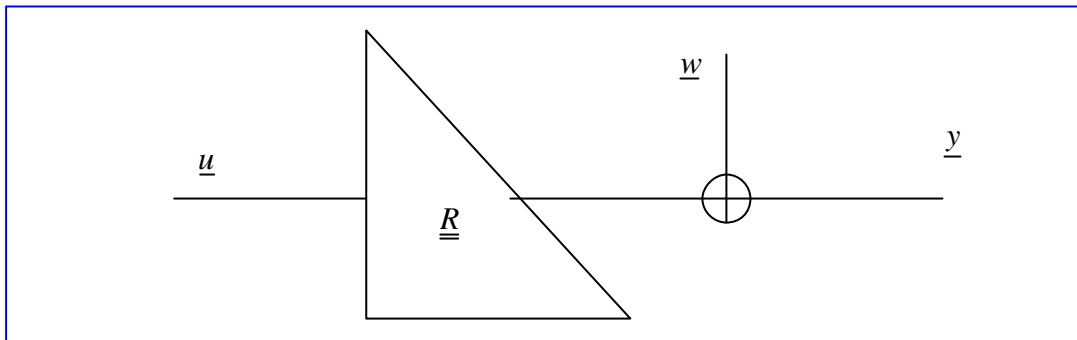


Figura 6.6 Canal equivalente descomposición Q-R.

Para ver el efecto de este canal sobre el vector de símbolos a transmitir, se supondrá la siguiente estructura para la matriz del canal efectivo:

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ r_{21} & d_2 & 0 & \dots & 0 \\ r_{31} & r_{32} & d_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n_R 1} & r_{n_R 2} & r_{n_R 3} & \dots & d_{n_T} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

La estructura de las componentes del vector recibido, sin la contribución del ruido, en función de los símbolos del vector de entrada sería (6.13). Nótese que el número máximo de streams a transmitir ha de ser igual al rango de la matriz de canal, es decir, en general igual al mínimo de las antenas en transmisión y recepción.

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ r_{21} & d_2 & 0 & \dots & 0 \\ r_{31} & r_{32} & d_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n_R 1} & r_{n_R 2} & r_{n_R 3} & \dots & d_{n_T} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \dots \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Escrita con mas detalle.

$$\begin{aligned}
 y_1 &= d_1 \cdot s_1 \\
 y_2 &= r_{21} \cdot s_1 + d_1 \cdot s_2 \\
 y_3 &= r_{31} \cdot s_1 + r_{32} \cdot s_2 + d_3 \cdot s_3 \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{6.14}$$

Estas ecuaciones revelan claramente la estructura del canal MIMO conseguido. Se obtiene un canal limpio completamente para el símbolo s_1 , sin ISI del resto de canales. El siguiente símbolo se escribe sobre un canal manchado por el primer símbolo, por lo que su detección no estará libre de ISI, y así sucesivamente hasta llegar al peor canal, el último. A pesar de contener ISI, la jerarquía de canal mejor a canal peor es clara para el receptor y este, o el propio transmisor pueden adoptar medidas específicas para solventar el problema que este canal MIMO plantea de manera mucho más sencilla que el canal original. Una manera de abordar el problema en el transmisor, sería marcar s_1 de forma que en y_2 fuese fácil quitar su contribución. Si es del lado del receptor, de una manera menos efectiva pero más sencilla, lo que se puede hacer es detectar s_1 del primer canal y restar su contribución de y . La primera versión tiene que ver con la técnica de codificación conocida como “dirty paper”, es decir, como escribir en un papel manchado previamente sin perder o lesionar la información nueva. La segunda es completamente análoga al concepto seguido en Blast donde en su versión estratificada o “layered” los símbolos se repiten a lo largo de las antenas transmisoras de modo que el símbolo se detecta la primera vez que aparece en el receptor y en el resto de accesos al canal se considera interferencia. El proceso puede verse mejor en la figura que sigue:

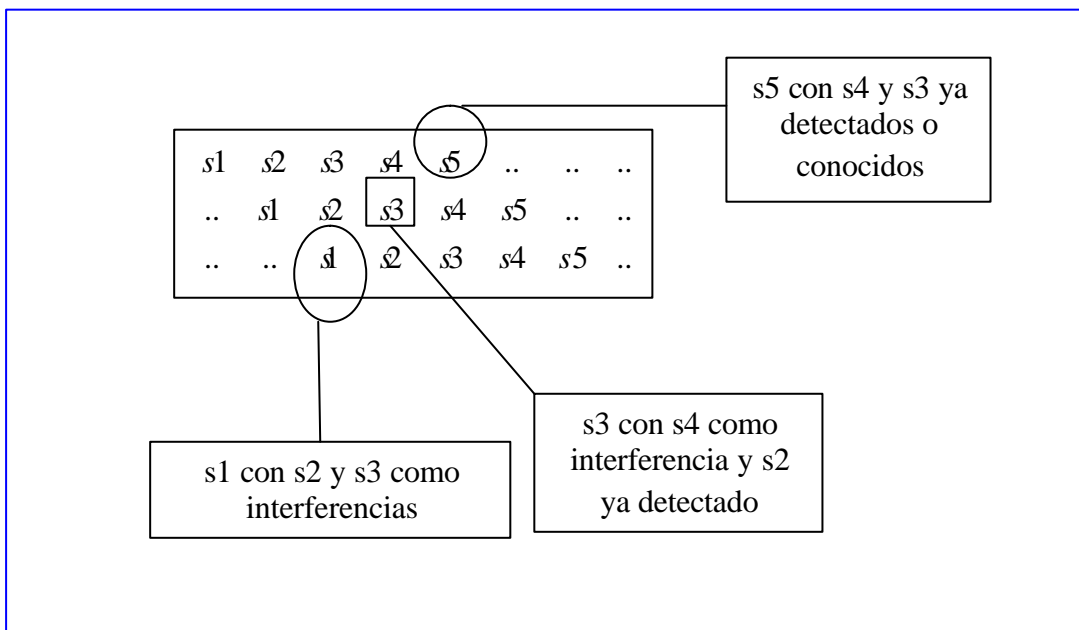


Figura 6.7. Esquema indicando en la arquitectura layered Blast como cada símbolo es visto en el receptor para un sistema de tres antenas.

Como puede verse, el proceso de un símbolo en cualquier columna se realiza considerando los que están por encima como interferencia desconocida y los de abajo como conocida o previamente detectados.

En términos de capacidad (6.14) permite escribir la capacidad de cada canal como se indica en (6.15), donde puede verse como la capacidad va decreciendo a medida que el término interferente crece en su denominador. La capacidad suma (“sum capacity”) sería la suma de las capacidades para cada canal virtual.

Antes de pasar al próximo apartado nótese que tal y como esta en estos momentos el esquema propuesto, usando la descomposición Q-R es que el transmisor controla perfectamente su potencia a costa de un receptor más complejo donde la interferencia se cancela de manera sucesiva a detecciones previas. Al margen de los problemas inherentes a la cancelación sucesiva de la ISI, note que en un esquema multiusuario en down-link, el último usuario requeriría conocer la información de todos los demás para acceder al símbolo que le corresponde. El siguiente apartado muestra una alternativa interesante a estos problemas.

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \text{Ln} \left[1 + \frac{E_s}{N_0} \cdot d_1^2 \right] \\
 C_2 &= \text{Ln} \left[1 + \frac{E_s}{N_0} \cdot \frac{d_2^2}{1 + r_{21}^2 \frac{E_s}{N_0}} \right] \\
 C_3 &= \text{Ln} \left[1 + \frac{E_s}{N_0} \cdot \frac{d_3^2}{1 + (r_{31}^2 + r_{32}^2) \frac{E_s}{N_0}} \right] \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{6.15}$$

Tal y como se anunció en la introducción, si la situación es múltiple usuarios accediendo a un punto de acceso, este tipo de esquema montado en el punto de acceso (en el receptor y no en los K transmisores del sistema MAC) es una solución tendente a alcanzar capacidad en el canal MIMO-MAC. Las soluciones que siguen en los siguientes apartados, situándose en el receptor en lugar del transmisor constituyen la esencia de los sistemas que obtienen capacidad en MAC.

VI.4. ESQUEMA TOMLINSON-HARASHIMA EN MIMO.

El sistema del apartado anterior, en el que la interferencia sucesiva que provocaba la descomposición Q-R, como ha podido ver el lector, consigue un control de potencia perfecto en el transmisor pero a costa de complejidad en el receptor y en contradicción con los objetivos del presente capítulo.

La única solución para retomar el objetivo de baja complejidad del receptor, es realizar la cancelación sucesiva en el transmisor. Dicha solución es sencilla de implementar. Para ello, basta definir una nueva matriz diagonal que contiene los elementos de la diagonal del canal virtual provocado por la descomposición Q-R.

$$\underline{\underline{D}} = \text{diag} \left[\underline{\underline{R}} \right]
 \tag{6.16}$$

El esquema del transmisor con esta filosofía se representa en la Figura 6.8.

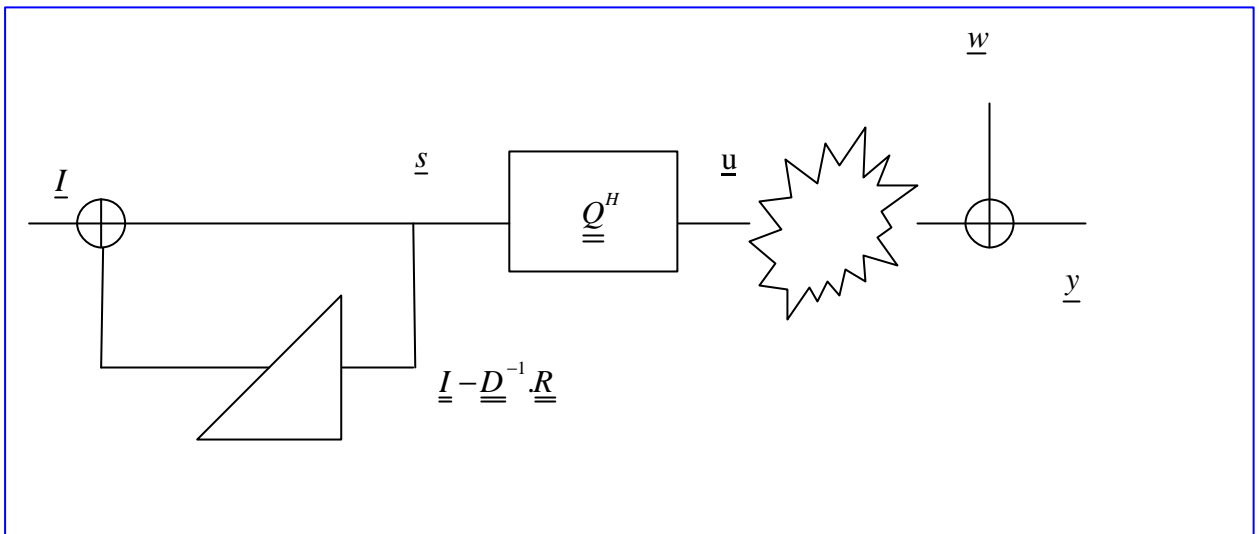


Figura 6.8. Transmisor con cancelación sucesiva de ISI.

Veamos como efectivamente se produce la cancelación de interferencia en el transmisor. La relación que liga los símbolos emitidos con los efectivos, después de la transformación es (6.17).

$$\underline{s} = \underline{I} + (\underline{I} - \underline{D}^{-1} \cdot \underline{R}) \cdot \underline{s} \quad (6.17)$$

También esta última relación puede escribirse de un modo más explícito entre entrada y salida.

$$\begin{aligned} \underline{s} &= \underline{I} + (\underline{I} - \underline{D}^{-1} \cdot \underline{R}) \cdot \underline{s} \\ \underline{D}^{-1} \cdot \underline{R} \cdot \underline{s} &= \underline{I} \Rightarrow \underline{R} \cdot \underline{s} = \underline{D} \cdot \underline{I} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Lo que permite concluir que, dado que el canal se reduce al producto de la matriz \underline{Q} por la matriz \underline{R} , la señal recibida es idéntica al stream de entrada tal y como se pretendía, y todo ello sin ningún tipo de proceso en el receptor.

$$\underline{y} = \underline{H} \cdot \underline{u} = \underline{R} \cdot \underline{Q} \cdot \underline{Q}^H \cdot \underline{s} = \underline{R} \cdot \underline{s} \quad \text{ver (6.13)} = \underline{D} \cdot \underline{I} \quad (6.19)$$

A nivel de ejemplo, se verá como es el proceso en el receptor de cancelación sucesiva para el caso de dos streams.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s1 \\ s2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \end{bmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ r_{21}/d_2 & 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{bmatrix} s1 \\ s2 \end{bmatrix} \\ \text{operando} & \\ s1 &= u1 \\ s2 &= u2 - \frac{r_{21}}{d_2} \cdot s1 \end{aligned} \quad (6.20)$$

Nótese en la segunda expresión el concepto DP ya que u_2 se escribe en una fórmula manchada por s_1 . Evidentemente, en el receptor:

$$\begin{aligned} y_1 &= d_1 \cdot i_1 \\ y_2 &= d_2 \cdot i_2 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Queda pues probada la manera en que se recupera la baja o nula complejidad en el receptor usando la descomposición Q-R al completo en el transmisor. El problema es que también se recupera, valga la redundancia, el problema del control de potencia en el transmisor. La razón de esta pérdida del control de potencia es que la recursión (6.18) no proporciona una garantía sobre la potencia o energía asociada a los símbolos de salida o a transmitir.

La solución a este problema y, al problema global de compatibilizar complejidad en Rx con energía transmitida, es recurrir al principio del precodificador que simultáneamente publicaron Tomson y Arracima. La idea es someter a una operación de módulo ? el vector de símbolos a la salida del sumador, tal y como se representa en la Figura 6.9.

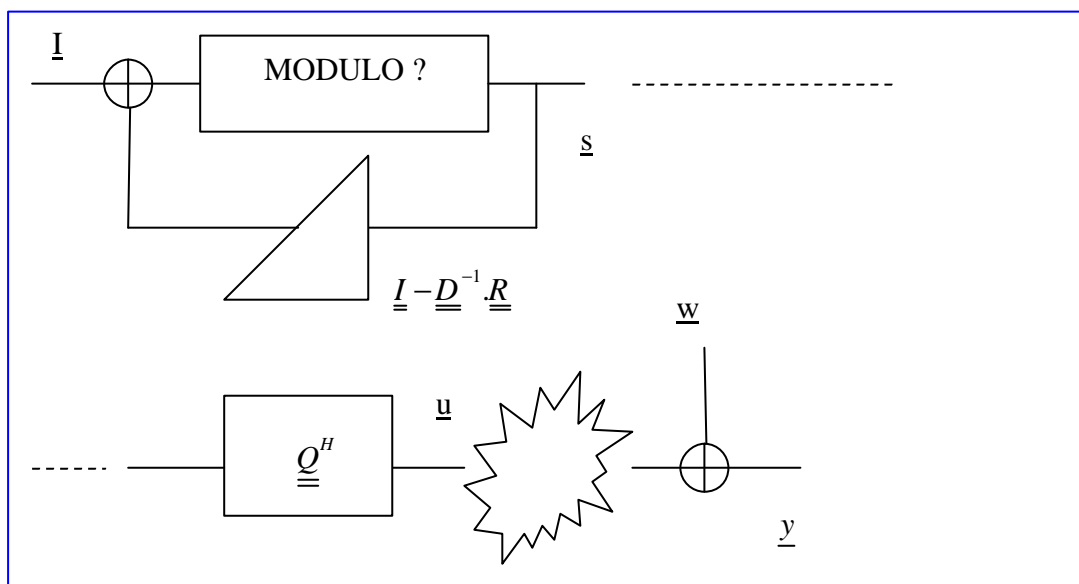


Figura 6.9. Transmisor T-H sobre descomposición Q-R.

Recordando que la transformación Q es orthonormal, y asumiendo una distribución uniforme en el rango $[-?, +?]$ la energía transmitida por stream queda igual a (6.22) y siempre al margen del canal a usar.

$$E_T = n_s \cdot \frac{\mathbf{r}^2}{12} \quad (6.22)$$

Veamos ahora como quedaría la señal en el receptor con el T-H precoder. Eliminado la transformación Q de la formulación, los símbolos transmitidos vendrían dados por (6.18), donde \underline{m} es un vector que contiene en sus componentes únicamente enteros.

$$\underline{s} = \text{MOD}_r \left(\underline{I} + \left(\underline{I} - \underline{D}^{-1} \underline{R} \right) \cdot \underline{s} \right) = \underline{I} + \left(\underline{I} - \underline{D}^{-1} \underline{R} \right) \cdot \underline{s} + \underline{m} \cdot \underline{r} \quad (6.23)$$

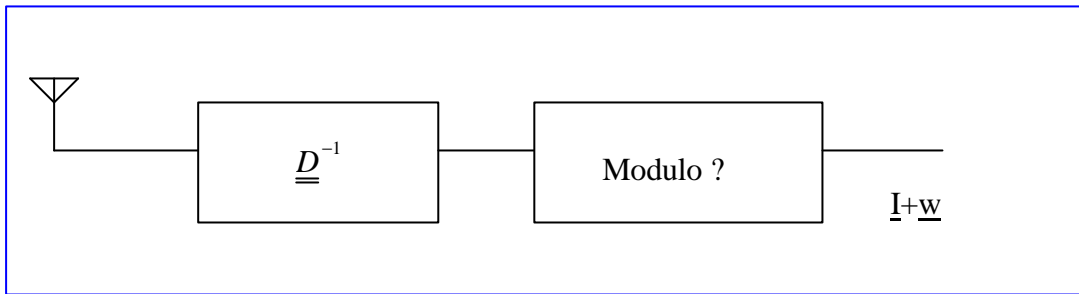


Figura 6.10. Esquema del receptor para transmisor con T-H y descomposición Q-R.

Claramente en el receptor se recuperaran los streams originales mas el vector de enteros por el parámetro ? que se elimina aplicando de nuevo la operación modulo. En definitiva el receptor no es mas que un control de ganancia sobre cada stream recibido, seguido de la operación modulo en cada una de las componentes del vector resultante. Puede verse, en la Figura 6.10 la extraordinaria sencillez que presenta el receptor, proporcionando los símbolos transmitidos con ruido aditivo blanco y gaussiano. Probablemente sea difícil pensar en un esquema que mas se ajusta a los dos objetivos que se habían marcado al comienzo del presente capítulo.

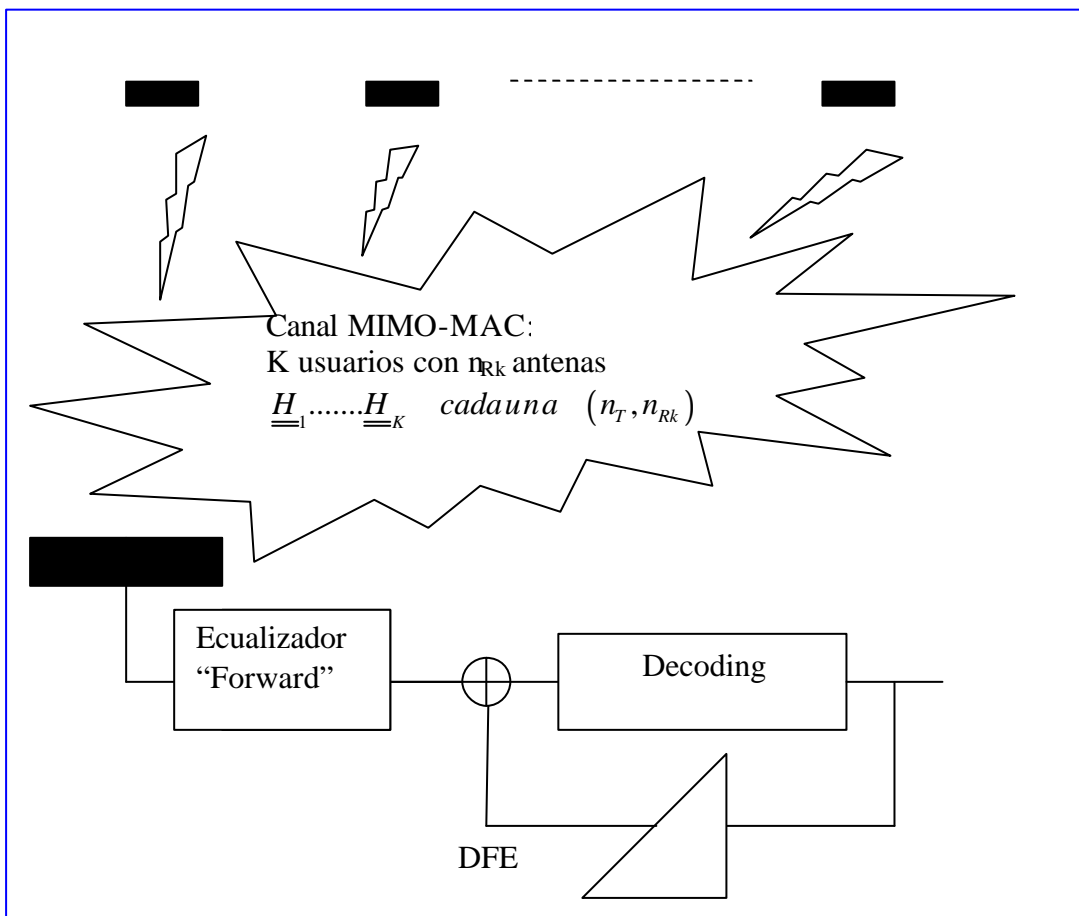


Figura 6.9 Sistema MIMO-MAC con descodificación sucesiva para alcanzar capacidad.

Volviendo al caso MIMO-MAC, nótese que pasando el esquema al receptor en un sistema de Q usuarios accediendo a dicho receptor el esquema T-H tiene una copia en lo que sería un sistema DFE (Decisión Feedback) adaptado a canal MIMO donde tiene lugar la descodificación sucesiva o cancelación de ISI sucesiva que permite obtener capacidad en un sistema MIMO-MAC.

VI.5 SPHERE PRECODER.

El transmisor anterior cubre sin duda todas las cuestiones planteadas de una manera brillante. La única crítica que se le puede realizar es que es tal vez un poco drástico en su manera de establecer el control de potencia en el transmisor. Drástico se refiere a que en dicho proceso se limita a tomar la operación modulo sin tratar de optimizar en nada ese paso. Puede plantearse el argumento de que poco hay que optimizar en una operación de modulo, pero la respuesta es que si hay algo mejor que hacer.

Básicamente el procesador T-H se ha incluido en el apartado anterior para controlar la potencia del ZF. Volviendo al principio, la potencia o, mejor, la energía del ZF venía dada por la traza de la matriz de segundo orden de los símbolos transmitidos. Es decir, la norma de Frobenius de la matriz de ZF por el vector de streams de entrada.

$$\underline{s} = \frac{1}{\sqrt{\underline{g}}} \underline{B} \cdot \underline{I} \quad \underline{g} = \text{Traza}(\underline{B} \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^H \cdot \underline{B}^H) = \|\underline{B} \cdot \underline{I}\|_F^2 \quad (6.24)$$

Básicamente, lo que ha mostrado el apartado anterior es que, a efectos del receptor, transmitir el vector de streams inicial o uno alterado vía modulo ? en cada una de sus componentes era el mismo o muy parecido (Ver Figura 6.10). Es decir al receptor le es igual de fácil introducir \underline{I} que una versión modulo de este.

$$\underline{I} \Rightarrow \underline{I} + \underline{r} \cdot \underline{m} \quad (6.25)$$

La cuestión es que ahora la señal transmitida sería (6.26) y lo que interesa es hacer mínima la norma del vector transmitido.

$$\underline{s} = \frac{1}{\sqrt{\underline{g}}} \underline{B} \cdot (\underline{I} + \underline{r} \cdot \underline{m}) \quad (6.26)$$

En definitiva, el diseño pasa a ser ahora del vector de enteros, de modo y manera que se minimice la potencia. Es decir, el diseño pasa a ser, similar a un detector ML lo que le da el nombre de sphere encoder (SE), de la forma que se muestra en (6.27).

$$\underline{m} = \min_{\underline{m}} \|\underline{B} \cdot (\underline{I} + \underline{r} \cdot \underline{m})\|_F^2 \quad (6.27)$$

La calidad en términos de control de potencia proporcionada por SE es considerablemente mejor que la que proporciona T-H.

VI.6 CRITERIO MSE.

Todo lo anterior ha sido presentado bajo el criterio de no ISI espacial y, por tanto, bajo el criterio ZF. Es interesante resaltar que también en el caso MSE todo lo visto es perfectamente extrapolable.

Cuando se emplea el MSE como criterio de diseño, la matriz de canal adquiere una forma mas compleja que en l caso ZF. De hecho, la matriz de proceso en el receptor MSE vendría dada por (6.28)

$$\underline{y} = \left[\underline{H} \cdot \underline{H}^H + N_0 \cdot \underline{I} \right]^{-1} \underline{H} \cdot x_{Recibida} = \underline{\Phi}^{-1} \cdot \underline{H} \cdot x_{Recibida} \tag{6.28}$$

Como la intención es pasar este proceso al transmisor, se concentrara la atención en la descomposición de la matriz anterior. En concreto, se usara la siguiente descomposición:

$$\underline{\Phi} = \underline{G} \cdot \underline{S} \cdot \underline{G}^H \tag{6.29}$$

Donde la matriz G es lower triangular y S es diagonal.

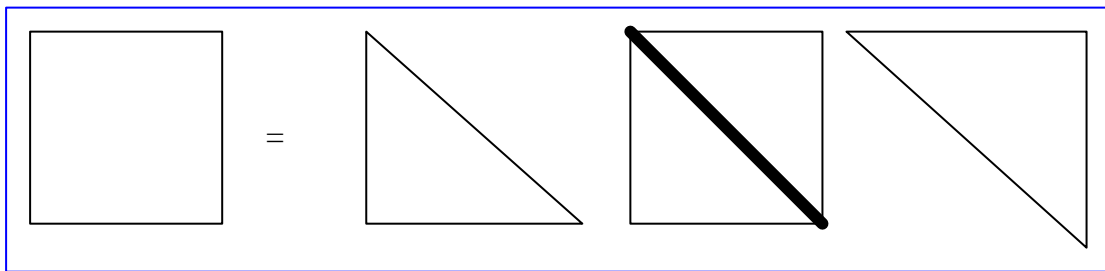


Figura 6.11 descomposición usada para la matriz de covarianza de la señal recibida sobre canal MIMO y ruido blanco.

Ahora denominando como u el vector transmitido, este vector habrá de contener la solución MMSE junto con la normalización de potencia. Es decir, observando el esquema de la Figura 6.12, se verificara que:

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{b} \end{pmatrix} \underline{B}_{MMSE} \cdot \underline{s} \quad \text{donde} \quad \underline{B}_{MMSE} = \underline{H}^H \cdot \left(\underline{H} \cdot \underline{H}^H + k \cdot N_0 \cdot \underline{I} \right)^{-1} \tag{6.30}$$

$$\underline{b} = \left[\underline{B}_{MMSE} \cdot \underline{s} \right]^2$$

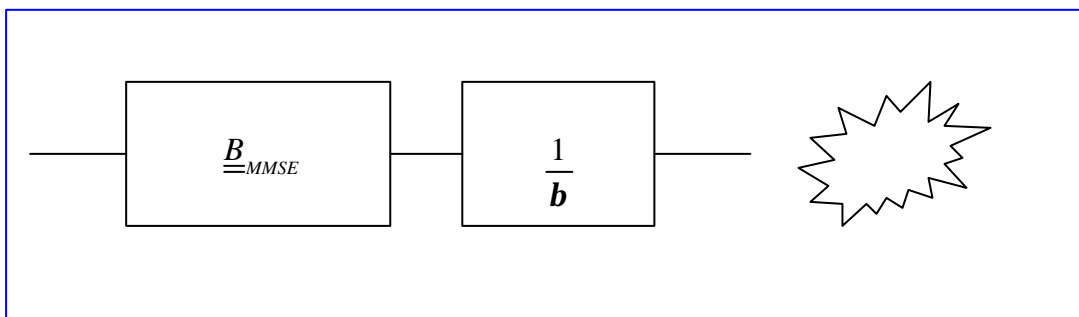


Figura 6.12. Sistema con precodificador MMSE.

La constante k, variante sobre un MMSE, se utiliza para regularizar la inversa y se optimiza para la reducción de potencia transmitida.

La implementación puede llevarse a cabo de manera similar a como se realizo para ZF. Para ello se usa la descomposición (6.29) fragmentándola en un esquema tipo DFE (decisión feedback equalizer) seguido de un ecualizador forward, tal y como se indica a continuación.

$$\underline{\underline{B}}_{MMSE} = \underline{\underline{H}}^H \cdot \underline{\underline{G}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}^{-1} \cdot \underline{\underline{G}}^{-H} = \underline{\underline{W}}_{MSE} \cdot \underline{\underline{G}}^{-H} \tag{6.31}$$

Implementándose la inversa con un sistema del tipo DFE (Denominado GDFE para el caso MIMO) tal y como se indica en la siguiente figura:

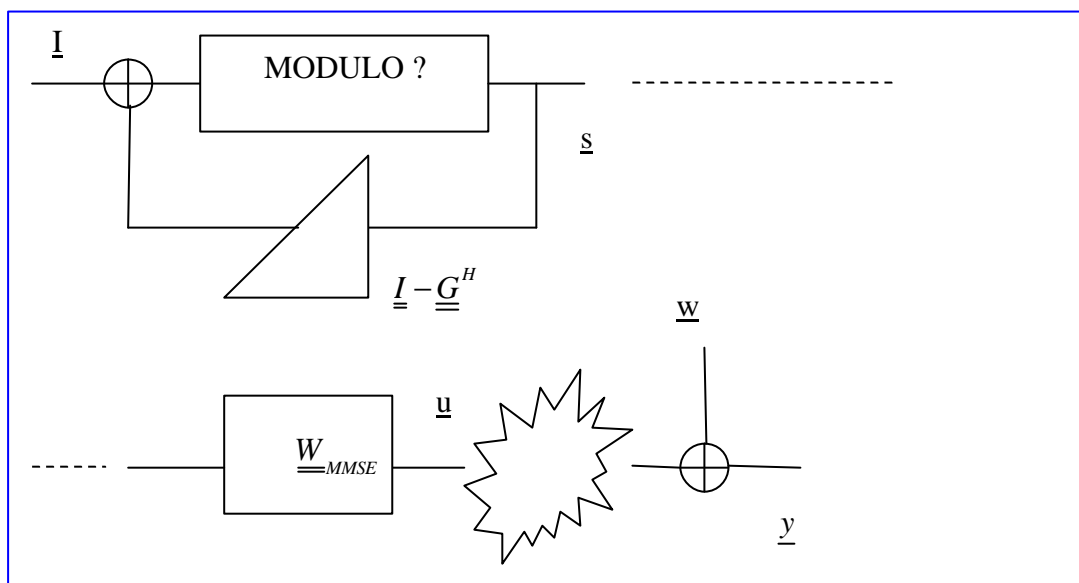


Figura 6.13. Esquema MMSE-GDFE.

Obviamente sobre el esquema MMSE también puede utilizarse Sphere Encoding, denominándose a este sistema MMSE-SE.

Tanto MMSE-SE como MMSE-GDFE presentan una calidad, en términos de BER mucho mejor que las versiones con ZF (ZF-GDFE y ZF-SE). La razón de esta superioridad no es clara, aunque parece estar asociada a una menor β .

Un análisis detallado de la señal recibida en cada opción revela que aun existe la posibilidad de mejorar mas el sistema MMSE. Tomando como referencia la Figura 6.13, la señal recibida puede escribirse según sigue:

$$\begin{aligned} \underline{y} &= \underline{I} + \left[\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}}_{MMSE} - \underline{I} \right] \cdot \underline{I} + \underline{\mathbf{b}}_{MMSE} \cdot \underline{w} && \text{MMSE Directo} \\ \underline{y} &= \underline{I} + \left[\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}}_{MMSE} - \underline{I} \right] \cdot (\underline{I} + \underline{\mathbf{r}} \cdot \underline{\mathbf{m}}_{GDFE}) + \underline{\mathbf{b}}_{MMSE} \cdot \underline{w} && \text{MMSE - GDFE} \\ \underline{y} &= \underline{I} + \left[\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{B}}_{MMSE} - \underline{I} \right] \cdot (\underline{I} + \underline{\mathbf{r}} \cdot \underline{\mathbf{m}}_{SE}) + \underline{\mathbf{b}}_{SE} \cdot \underline{w} && \text{MMMSE - SE} \end{aligned} \tag{6.32}$$

Tomando el que podría considerarse el método de mejores resultados que es MMSE-SE, nótese que el vector de enteros \underline{m}_{SE} se selecciona tan solo para minimizar la beta, es decir tan solo para minimizar la potencia de ruido en el receptor, sin tener presente que también afecta a la ISI del sistema que representa el segundo término de la expresión anterior. Una selección de dicho vector de enteros de forma que se minimice conjuntamente la ISI y la potencia de ruido es sin duda la solución, hoy por hoy, mejor tanto en términos de BER como de proximidad a la capacidad del sistema. Esta solución es conocida en la literatura con las siglas MSE que aluden a SE modificado.

VI.7 RESUMEN.

Se han descrito las arquitecturas más interesantes desde el punto de vista de entornos multiusuario. Su introducción se ha realizado desde el principio de encontrar soluciones al canal MIMO en múltiple acceso, que tiene solución cerrada, y el canal MIMO para difusión o MIMO-BC sin solución conocida y donde se ha presentado la alternativa que, hoy por hoy, se considera la mejor.

Dado que el punto de vista de capacidad corresponde a entornos multiusuario y estos serán objeto de un estudio detallado en un capítulo posterior, se ha estructurado la presentación de los esquemas o arquitecturas bajo el punto de vista de reducción de complejidad del receptor. Note el lector que este criterio de reducción de complejidad equivale a plantear alternativas aun receptor del tipo conjunto o “joint detection”.

El capítulo ha comenzado con la introducción de la descomposición Q-R como alternativa a SVD. Esta descomposición, planteada en un diseño ZF ha permitido mostrar como la decodificación sucesiva es la solución más adecuada y, al mismo tiempo, la solución óptima para capacidad en canal MIMO-MAC. El control de potencia en down-link fuerza la búsqueda de soluciones nuevas, en muchos casos ad-hoc y sin un soporte formal. Al margen de lo anterior, es claro que los esquemas T-H y Sphere Encoding (SE) proporcionan una solución elegante al problema de control de potencia planteado.

Cuando se trata de buscar una solución del tipo MSE en lugar de ZF, la contradicción que plantea el buscar un diseño en el transmisor que depende del ruido al receptor que va destinada, se resuelve también de una manera ad-hoc. El preprocesado en el receptor se realiza vía la descomposición L-U de la matriz de datos del receptor y, de nuevo, llevada al transmisor se recurre a T-H y SE para el control de potencia. El diseño presenta una variable adicional que es el parámetro de regularización, que representa en un problema MSE tradicional, la potencia de ruido. El esquema resultante es sin duda la mejor solución hoy conocida para obtener sum-capacity en un canal MIMO-BC.

Es interesante de destacar que las soluciones presentadas constituyen el proceso lineal y no lineal de mayor sencillez y siguiendo los principios Dirty-Paper. Los esquemas propuestos son más sencillos que DP-Coding, sobre todo si se considera la excelente calidad que presentan.

Recuerde que las ideas y arquitecturas presentadas serán de uso en el capítulo de sistemas multiusuario y por esta razón, lo expuesto en la introducción principalmente, volverá a describirse en dicho capítulo.

VI.8 REFERENCIAS.

[1] xxxx