CAPITULO II CONFORMACION DE HAZ



II.1 VECTOR DE HAZ Y CONFORMACION DE HAZ II.2 ÓPTIMO POR REFERENCIA TEMPORAL II.2.1. REDUCCION A SISTEMAS CON REFERENCIA TEMPORAL II.2.2. RESPUESTA ESPACIAL DEL CONFORMADOR ÓPTIMO II.2.3. RELACION SEÑAL A RUIDO II.2.4. ENTRAMADO DE LA REFERENCIA II.2.5. RESUMEN DE SISTEMAS TRB II.3 ÓPTIMO POR REFERENCIA ESPACIAL II.3.1. CONFORMACION DE HAZ CON RESTRICCIONES II.3.2. EL CANCELADOR DE LOBULO LATERAL SLC. II.3.3. EL CANCELADOR DE LOBULO LATERAL GENERALIZADO GSLC II.3.3.1 FUNCIONAMIENTO DEL GSLC Y MATRIZ DE BLOOUEO II.3.3.2. GSLC CON CONTROL DE QUIESCENT II.4 SISTEMAS CON RESTAURACION DE PROPIEDADES II.4.1. REFERENCIA POR CONSTELACION II.4.2. ECUALIZADOR MAS CONFORMADOR II.4.3. CONFORMADOR MDIR II.4.4. CONFORMACION POR PREDICCION EXACTA II.4.5. REFERENCIA POR CICLOESTACIONARIDAD II.5 SISTEMAS DE REFERENCIA POR CODIGO II.5.1. PROCESADOR ANTICIPADO PARA FHSS II.5.2. CONFORMADOR PARA FDSS II.5.3. CONFORMACION EN SISTEMAS DSSS II.6. CONCLUSIONES II.7. REFERENCIAS

II.1 VECTOR DE HAZ Y CONFORMACION DE HAZ.

El primer objetivo de un procesador espacial es el filtrado o selección de direcciones. Como ya se ha indicado, dado el "snapshot" de una apertura (banda ancha o banda estrecha) \underline{X}_n , un conformador no es mas que un filtro FIR que multiplica, componente a componente, el snapshot por un vector de coeficientes <u>A</u>. De este modo, la salida y(n) del conformador <u>A</u> viene dada por (II.1), donde el superíndice H indica conjugado y transpuesto (hermitico) y el asterisco indica conjugado.

$$y(n) = \underline{A}^{H} \underline{X}_{n} = \sum_{q=1}^{Q} a^{*}(q) \underline{x}_{q}(n)$$
(II.1)

Nótese que, a la hora de implementar el conformador los pesos, sus componentes, van conjugadas, es decir, con el signo cambiado para la componente en cuadratura.

Dado que es el diseño espacial el que concierne, él calculo de cómo responde el conformador anterior no es mas que la respuesta que tendría a una fuente situada en los ángulos θ , ϕ de elevación y azimut. Para ver dicha respuesta a esta fuente se toma el modelo de snapshot asumiendo que tan solo se presenta una fuente en la dirección mencionada. De este modo, el "snapshot" será (II.2).

$$\underline{X}_n = a_s(n).\underline{S} \tag{II.2}$$

La respuesta del conformador será (II.3).

$$ys(n) = a_s(n) \cdot \left[\underline{A}^H \cdot \underline{S}\right] = a_s(n) \cdot G(\theta, \varphi)$$
(II.3)

Es decir, la respuesta de un conformador a una fuente en una dirección determinada es una forma de onda idéntica a la de la fuente, multiplicada por un factor de ganancia o atenuación que depende únicamente de la posición de la fuente y de la geometría de la apertura. Dicho de otro modo, la respuesta de un conformador en una dirección dada es el producto escalar del conformador por el "steering" de la dirección correspondiente. Dado que la función G(.,.) es la ganancia o atenuación que toma el array, a dicha función se la denomina también como factor de array. El vector <u>A</u> se le denominara vector de haz ("beamvector") y al filtro espacial se le denominara conformador de haz ("beamformer").



Figura II.1. Conformador de haz y vector de conformación. La ganancia o atenuación de una fuente depende de su dirección o ángulos de llegada y de la geometría apertura.





Figura II.2 Factor de array de una apertura lineal de 15 elementos separada media longitud de onda cuando el conformador esta formado por pesos iguales a la unidad.

En la Figura II.2 se muestra el factor de array de una apertura lineal de 15 elementos cuando el "beamvector" esta formado por pesos iguales a la unidad. Como puede verse en la figura, la dirección enfocada, donde se encuentra el máximo de la respuesta, esta en cero grados. Al explicar este comportamiento encontramos porque se le denomina al vector S vector de enfoque o "steering vector", también abreviadamente "steering".

Como se conoce, un producto escalar toma su máximo cuando los dos vectores son colineales. Esto quiere decir que si el conformador se diseña idéntico a un vector de "steering", correspondiente a una elevación y azimut dados, cuando se examina la respuesta de dicho conformador este mostrara un máximo en los valores seleccionados. Es decir, si el steering de 30º de elevación y 193º de azimut, para una apertura planar viene dado por $\underline{S}(30,193)$, el conformador (II.4) presentara un máximo en dicha dirección ya que, a todos los efectos es un filtro adaptado ("matched filter") a la dirección mencionada.

$$\underline{A} = \underline{S}_{30,193} \tag{II.4}$$

A nivel de ejemplo, si para la apertura lineal de la Figura II.2 se calcula el vector de steering para la elevación –30°, este resulta igual a la expresión (II.5).

$$s_{o}(q) = \exp(j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot q \cdot d \cdot sin(-\frac{30 \cdot \pi}{180})) = \exp\left(-q \cdot \pi \cdot sin(\frac{\pi}{5})\right)$$

$$\underline{S}_{o} = \left[s_{o}(0), s_{o}(1), \dots, s_{o}(14)\right]^{T}$$
(II.5)

Cuando se calcula la respuesta del conformador $\underline{A}=\underline{S}_{o}$ para cualquier dirección \underline{S} , al variar el ángulo de elevación o exploración en las componentes del vector S, se obtendría el diagrama de radiación que puede verse en la Figura II.3, donde claramente la apertura se encuentra enfocada a -30° .



Figura II.3. Enfoque de la apertura en la dirección de -30° . El enfoque de la apertura se produce cuando se identifica el conformador o beamvector con el steering de la dirección de -30° .

Se pasara ahora a examinar una apertura planar formada por tres círculos de 6 elementos cada uno y radios 0.5, 1 y 1.5 λ respectivamente. Los elementos en cada círculo se encuentran equiespaciados. El primer círculo tiene un elemento en cero grados de azimut el segundo en 20 ° y el tercero en 40° de azimut. La respuesta de esta apertura puede verse en la Figura II.5 cuando todos los pesos del conformador son la unidad. Tal y como era de esperar la dirección enfocada es el broadside de la apertura. Si sobre esta misma apertura, se identifica el beamvector con el steering correspondiente a una dirección de 30° de elevación y 150° de azimut, el factor de array resultante es el de la Figura II.6, donde puede observarse el correcto apuntamiento de la dirección mencionada. Recuerde que los diagramas de estas dos ultimas figuras están referidos a las coordenadas mencionadas en el capitulo I para aperturas planares. El dibujo de la apertura utilizada puede verse en la Figura II.4.





Figura II.5. Apertura planar de 18 elementos, distribuidos uniformemente en tres círculos (seis cada en cada uno) cuando el beamvector es todo unos. Se enfoca el broadside de la apertura.



Figura II.6. Apertura planar enfocada a 30º de elevación y 150º de azimut.

Ahora comprenderá el lector la denominación de vector de enfoque a los vectores \underline{S} . Se trata de vectores que definen una dirección en el escenario y que, además, cuando se implementa un conformador con idénticas componentes la dirección o DOA queda enfocada por la apertura. Es decir, el vector de dirección con el que se recibe una fuente es igual que el vector de haz para enfocarla.

Miguel Ángel Lagunas

Claramente, el diseño de un conformador de haz ha de dirigirse a conseguir que este seleccione la señal o dirección deseada (note que lo primero es realmente el objetivo y que una señal deseada puede recibirse desde mas de una dirección) y que sin aumentar el ruido, atenúe al máximo las contribuciones de otras señales, que actúan como interferencias del sistema. Antes de entrar en el diseño de estos conformadores note que el "snapshot" recibido puede descomponerse en señal deseada más interferencias y ruido como se indica en (II.7).

$$\underline{X}_{n} = a_{d}(n).\underline{S}_{d} + \sum_{i=1}^{M} a_{i}(n).\underline{S}_{i} + \underline{w}_{n}$$
(II.7)

Al conformador se le requerirá que la respuesta al "steering" de la deseada sea máximo, que la respuesta a las interferentes sea mínima o cero, y que la potencia de ruido sea la menor posible. Antes de expresar en formulas esta lista de deseos, conviene expresar la salida del conformador de acuerdo con el modelo de "snapshot" anterior.

$$y(n) = \underline{A}^{H} \underline{X}_{n} = a_{d}(n) \underline{A}^{H} \underline{S}_{d} + \sum_{i=1}^{NI} a_{i}(n) \underline{A}^{H} \underline{S}_{i} + \underline{A}^{H} \underline{w}_{n}$$
(II.8)

Por otro lado, la potencia de la señal de salida del conformador es una forma cuadrática cuyo núcleo es precisamente la matriz de covarianza de los "snapshots" viene dada por II.9 y II.10.

$$P_{y} = E\left[\left|y(n)\right|^{2}\right] \tag{II.9}$$

$$P_{y} = \underline{A}^{H} \cdot E\left[\underline{X}_{n} \cdot \underline{X}_{n}^{H}\right] \cdot \underline{A} = \underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{A}$$
(II.10)

Como, as u vez, la matriz de covarianza viene dada por

$$\underline{\underline{R}} = P_d \underline{.} \underline{\underline{S}}_d \underline{.} \underline{\underline{S}}_d^H + \sum_{i=1}^{NI} P_i \underline{.} \underline{\underline{S}}_i \underline{.} \underline{\underline{S}}_i^H + \sigma^2 \underline{.} \underline{\underline{I}}$$
(II.11)

La potencia de la señal de salida viene dada por (II.11).

$$P_{y} = P_{se\tilde{n}al} + P_{int\,erferencias+ruido} =$$

$$= P_{d} \cdot \left|\underline{A}^{H} \cdot \underline{S}_{d}\right|^{2} + \sum_{i=1}^{NI} P_{i} \cdot \left|\underline{A}^{H} \cdot \underline{S}_{i}\right|^{2} + \sigma^{2} \cdot \left\|\underline{A}\right\|^{2}$$
(II.12)

En esta ultima relación, se puede apreciar como la respuesta de la apertura, en la dirección deseada, es lógico que se desee lo mas grande posible, para acentuar la contribución de la señal deseada a la salida; al mismo tiempo, se persigue que la respuesta en las direcciones de las interferentes sea lo más pequeña posible; y finalmente, la norma del conformador ha de ser lo mas pequeña posible para minimizar el ruido no direccional a la salida del conformador. Básicamente lo que se acaba de expresar es el objetivo de cualquier procedimiento de diseño de un conformador. La forma en que cada diseño actúa para conseguir el objetivo anterior marca las diferencias entre ellos.

II.2 ÓPTIMO POR REFERENCIA TEMPORAL

Como se ha podido ver, el objetivo del conformador es el entregar la señal deseada a su salida minimizando el efecto del resto de señales en el escenario y minimizando el ruido de los sensores que aparece a su salida. Una posibilidad de conseguir este objetivo múltiple es exigir al conformador a diseñar que, siempre y cuando la señal deseada d(t) este presente en el escenario, su salida y(t) sea lo más parecida a d(t) con algún criterio determinado. Antes de proseguir, es de destacar que, aunque parece un contrasentido diseñar el conformador para obtener una señal deseada que se asume que ya conoce; mas adelante se vera que este planteamiento no constituye en absoluto una trivialidad ni constituye una situación absurda.

Así pues, el esquema de la Figura II.7 representa la situación. A la salida del conformador se le sitúa una señal de referencia d(t) y se le pide que enfoque aquella dirección (o direcciones) que contengan dicha señal. Este procedimiento, al basarse en una referencia temporal d(t), se le denominara optimo por referencia temporal o abreviadamente TRB (Time Reference Beamforming).



Figura II.7. Diseño de un conformador TRB. Los pesos del conformador se diseñan de forma que la potencia del error entre la señal de salida y la referencia sea la menor posible.

Cuando, en TRB, se selecciona la potencia del error entre salida y referencia como objetivo a minimizar, el diseño del conformador se convierte en el diseño de un filtro de Wiener (Ver notas de Procesado de Señal Cap. IV) a nivel espacial. Las ecuaciones que definen el filtro de Wiener, ya expuesto en procesado de señal, comienzan por la ecuación del objetivo o potencia del error.

$$\boldsymbol{\xi} = E\left[\boldsymbol{\varepsilon}(n).\boldsymbol{\varepsilon}^{*}(n)\right] = E\left[\left|\boldsymbol{d}(n) - \underline{\boldsymbol{A}}^{H}.\underline{\boldsymbol{X}}_{n}\right|^{2}\right]$$
(II.13)

O bien (II.4).

$$\xi = P_d + \underline{A}^H \underline{\underline{R}} \underline{A} - \underline{P}^H \underline{A} - \underline{A}^H \underline{\underline{P}}$$
(II.14)

Donde

 P_d es la potencia de la referencia

R es la matriz de covarianza de los snapshots

P es el vector de correlación cruzada entre el snapshot y la referencia

El gradiente del objetivo respecto a \underline{A}^{H} igualado al vector cero produce la conocida solución de Wiener.

$$\underline{A}_{opt} = \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{P}} \tag{II.15}$$

Aunque esta solución obedece a la solución conocida como filtro de Wiener, su interpretación espacial, en términos del modelo de "snapshot" expuesto en el capitulo anterior, es de gran interés y originalidad. Por esta razón, el próximo sub-apartado se dedicara a su caracterización de la solución anterior en términos de los diversos factores que conforman un escenario.

II.2.1 REDUCCION A SISTEMAS CON REFERENCIA TEMPORAL.

Como se ha comentado el diseño de un conformador tipo TRB se reduce al diseño de un filtro de Wiener pero usando o procesando diversidad espacial.

Reproduciendo el modelo de snapshot en (II.16).

$$\underline{X}_{n} = d(n).\underline{S}_{d} + \sum_{i=1}^{NI} a_{i}(n).\underline{S}_{i} + \underline{w}_{n}$$
(II.16)

A su vez, de la definición del vector <u>P</u>, se obtiene (II.17).

$$\underline{P} = E\left[d^*(n).\underline{X}_n\right] = P_d.\underline{S}_d \tag{II.17}$$

Es decir, el vector <u>P</u> identifica, de todos los "steerings" existentes en el escenario, solo aquel que pertenece a la fuente deseada o que contribuye a la presencia de d(n), la referencia, a la salida del conformador a diseñar. De esta expresión pueden deducirse varios aspectos interesantes que permiten entender con claridad como funciona un filtro de Wiener.

La primera cuestión de interés es que el vector \underline{P} 'marca' las direcciones donde encuentra una señal correlada con la referencia. A partir de esta visión, una forma de razonar la solución puede ser el decir que la inversa de la matriz de autocovarianza elimina todas las señales que inciden en la apertura salvo las marcadas en el vector \underline{P} . El segundo detalle interesante de esta formulación del vector \underline{P} es que permite la estimación del "steering" de la deseada lo cual es de gran utilidad para calibrar aperturas. Dicho de otro modo, si el array no se encuentra calibrado y por lo tanto se desconoce la firma o steering de la señal deseada, basta calcular la correlación cruzada del snapshot con la señal temporal, que esta emite, para obtener la firma o steering de la fuente seleccionada.

Tal vez el aspecto más interesante de (II.17) es que muestra que disponer de una referencia temporal (TRB) es equivalente a disponer de la dirección o "steering" de la fuente deseada. Por esta razón, algunos autores resumen en una presentación única la conformación basada en una referencia temporal TRB con la de referencia espacial SRB (Spatial Referente Beamforming"). Como se indicara a continuación es un grave error confundir como la misma ambas técnicas, no ya por que difieren en su diseño, adaptación al medio, e implementación, sino porque su ámbito de aplicación es diferente. La razón de esta afirmación estriba en la validez (II.17) que veremos que es limitada. Antes de proseguir y cerrando la formulación del TRB, en (II.18.a) se expone la formulación de la matriz de covarianza, en (II.18.b) la expresión del conformador TRB, y en (II.18.c), cuando (II.17) es valida, su equivalente en términos de dirección de la deseada o SRB.

$$\underline{\underline{R}} = P_d \underline{S}_d \underline{S}_d + \sum_{i=1}^{M} P_i \underline{S}_i \underline{S}_i^H + \sigma^2 \underline{I}_{\underline{i}}$$
(II.18.a)

$$\underline{A} = \underline{\underline{R}}^{-1} . \underline{\underline{P}} \tag{II.18.b}$$

$$\underline{A} \propto \underline{\underline{R}}^{-1} . \underline{\underline{S}}_{d} \tag{II.18.c}$$

Volviendo a la comentada equivalencia entre TRB y SRB, note que la expresión (II.17), entra en cuestión cuando la señal deseada, o bien se presenta con multipath fuertemente correlado con la propagación directa, o bien cuando la deseada es una fuente distribuida espacialmente (no puntual). En esta situación, existe más de un término presente en el vector \underline{P} , y por lo tanto (II.18.b) preservara más de una dirección. Formulando lo anterior, para el caso de dos llegadas de la deseada (o fuente distribuida en dos rayos), el nuevo vector \underline{P} pasaría a ser (II.19), donde ρ es la correlación cruzada entre la señal deseada que llega por la línea directa fuente-apertura (denominada LOS) y la que llega por la dirección de multipropagación. En definitiva, el vector \underline{P} es algo más que una dirección, es el conjunto de direcciones donde se encuentra contribución a la deseada. Es por esta razón que a veces al P-vector se le denomina firma espacial ("spatial signature").

$$\underline{P} = E\left[d^*(n).\underline{X}_n\right] = P_d.\left[\underline{S}_d + \rho.\underline{S}_{d,m}\right]$$
(II.19)

Al mismo tiempo, la matriz de covarianza, siempre asumiendo que no se ha llevado a cabo promediado espacial para reducir la correlación ρ , pasa a ser (II.20)

$$\underline{\underline{R}} = P_d \cdot \left[\underline{\underline{S}}_d \cdot \underline{\underline{S}}_d^H + \rho \underline{\underline{S}}_{d,m} \cdot \underline{\underline{S}}_d^H + \rho^* \cdot \underline{\underline{S}}_d \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}^H + \left| \rho \right|^2 \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m} \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}^H \right] + \sum_{i=1}^{NI} P_i \cdot \underline{\underline{S}}_i \cdot \underline{\underline{S}}_i^H + \sigma^2 \cdot \underline{\underline{I}} \quad (\text{II}.20)$$

Claramente en esta situación (II.18.c) la solución SRB no es valida, o al menos no equivalente, a TRB, ya que dos direcciones, la LOS ("Line of sigth") y la de su "multipath", serán seleccionados como direcciones.

Antes de proseguir, en la Figura II.8 se muestra la respuesta del conformador TRB, cuando la señal deseada se encuentra en el broadside de la apertura y las interferencias se sitúan donde se encuentran las rayas verticales.



Figura II.8. Respuesta del conformador optimo. La apertura es ULA igual que en figuras anteriores. Tres interferentes aparecen marcadas con líneas verticales.



Figura II.9. Respuesta apertura planar. La deseada esta en el "zenith" o "broadside". Tres interferencias aparecen en valles de la respuesta atenuadas por el conformador TRB.

Antes de pasar a la próxima sección, es interesante encontrar la expresión del error cuadrático medio mínimo entre la salida del conformador y la referencia. Utilizando el caso de fuente puntual y sin multipath para el vector \underline{P} , la expresión del error mínimo se reduce a:

$$\xi_{min} = P_d - \underline{P}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{P}} = P_d \underline{\underline{I}} - P_d \underline{\underline{S}}^H \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{S}}_d$$
(II.21)

Si ahora se usa el denominado estimador de máxima verosimilitud de la potencia de la señal recibida (Ver capitulo de Estimación Espectral en las notas de Procesado de Señal), se puede definir (II.22).

$$\hat{P}_{d} = \frac{1}{\underline{S}_{d}^{H} \cdot \underline{R}^{-1} \cdot \underline{S}_{d}}$$
(II.22)

Esta expresión no es mas que el estimador de máxima verosimilitud de la potencia que entra a la apertura en la dirección de la deseada. Este estimador contiene, además de la potencia de la deseada, el ruido no direccional que entra en esta dirección y el "leakage" de las interferencias presentes en el escenario. Por todo lo dicho, el estimador anterior puede expresarse como la suma de la potencia de la deseada más la que ruido e interferencias introducen en el conformador por la dirección o direcciones por las que llega la deseada.

$$\hat{P}_d = P_d + P_{i,d} \tag{II.23}$$

Al sustituir la expresión anterior en la del MSE (Error cuadrático Medio) se obtiene (II.24). Dado que cuanto menor es el error mínimo mejor hace su trabajo el conformador, puede concluirse que la mejora que el conformador introduce anulando interferencias es proporcional al "leakage" de las interferencias en la dirección enfocada o de la deseada. Es decir, cuanto mayor es la SNR en la dirección de la deseada. Mas claro que lo anterior es decir que minimizar el error cuadrático medio mínimo en TRB es equivalente a maximizar la relación señal a ruido a la salida del beamformer. Este resultado, aparentemente trivial justifica que los sistemas de mínimo MSE sean aceptados en comunicaciones donde lo prioritario es la SNR de la señal que se le entrega al receptor.

$$\xi_{min} = P_d \cdot \frac{1}{1 + \frac{P_d}{P_{i,d}}} = \frac{P_d}{1 + SNR_d}$$
(II.24)

II.2.2. RESPUESTA ESPACIAL DEL CONFORMADOR.

La respuesta en una dirección dada por el vector de steering \underline{S} del conformador viene dada por (II.25).

$$G(\theta, \varphi) = \left| \underline{S}^{H} \underline{A} \right|^{2} = \left| \underline{S}^{H} \underline{R}^{-1} \underline{P} \right| \propto \left| \underline{S}^{H} \underline{R}^{-1} \underline{S}_{d} \right|^{2}$$
(II.25)

Al ser el nivel de atenuación o "nulling" de la interferencia lo que importa, es fácil establecer la capacidad de "nulling" del conformador diseñado a una interferencia como (II.26).

$$NU(i) = 20.\log \left| \frac{\underline{S}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{S}_{d}}{\underline{S}_{i}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{S}_{d}} \right|$$
(II.26)

Como se ha podido apreciar en las gráficas de las figuras anteriores, el nivel de anulación alcanza, sin grandes problemas en su implementación, niveles de 20 a 30 dB. Esta situación cambia dramáticamente cuando dos o más fuentes en el escenario presentan correlación cruzada diferente de cero con la deseada.

Admitiendo que la correlación cruzada es menor que la unidad, se puede apreciar, en la expresión que sigue este párrafo, que el termino del denominador nunca es despreciable y acostumbra a ser mucho mayor que el primer termino, también del denominador, que es una correlación cruzada de señales de dos direcciones diferentes (LOS y "multipath").

$$NU(dm) = 20.\log \left| \frac{\underline{\underline{S}}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d} + \rho \cdot \underline{\underline{S}}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}}{\underline{\underline{S}}_{d,m}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d} + \rho \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}} \right| \approx 20.\log \left| \frac{\underline{\underline{S}}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d}}{\rho \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d,m}} \right| = -20.\log |\rho|$$

Después de despreciar los términos con direcciones cruzadas, puede hacerse uso, de nuevo, de los estimadores ML de potencia en las dos direcciones. Como en la dirección de multipath el nivel de potencia exacto será $/p/^2$ veces el nivel en la LOS, se puede obtener el impacto tan negativo que tiene la correlación entre fuentes. Este factor negativo lo es hasta el punto de que, cuando el coeficiente de correlación es la unidad, no existe atenuación alguna para la interferente correlada con la deseada.

Antes de abandonar el apartado y para no dejar la sensación de que el comportamiento ante señales correladas del TRB es desafortunado, se ha de recordar que en sistemas de comunicación, la dispersión que presenta el canal, siempre que el "delay spread" del canal sea pequeño, es señal útil para el receptor. De hecho, el TRB es el procesado optimo ya que todos los rayos o direcciones que contienen señal deseada y contribuyen a incrementar la EbNo del símbolo los deja pasar a su salida, tal y como el diseñador de comunicaciones desearía. En resumen, con o sin multipath el comportamiento del TRB será optimo ya que acumula la máxima energía que del escenario llega a la apertura, siempre que las señales correspondientes presenten una correlación con la referencia. Otro problema es que "fadings" demasiado rápidos representen un serio desafío tecnológico para que el TRB se adapte en tiempo a sus cambios. Aunque el tema es complejo, si se puede decir que, aun este caso, si el TRB no puede seguir los rayos con "fading" excesivamente rápido, procederá a eliminarlos. De otro modo, aquellas direcciones de "fading" rápido son automáticamente de baja correlación con la referencia, si el tiempo de integración en el calculo del vector <u>P</u> no es muy pequeño, y por tanto serán anuladas.

II.2.3. RELACION SEÑAL A RUIDO.

Como ya se mencionado, la minimización del MSE y la maximización de la relación señal a ruido son dos problemas equivalentes. No obstante, y dada la importancia de este hecho, merece la pena examinarlo de una manera más formal que la realizada sobre MSE mínimo.

Se partirá de que la fuente deseada tiene una firma en la apertura que viene dada por el vector \underline{P} . Es decir, el P-vector denota todo aquello que en el escenario contiene señal deseada. De otro modo, si en el escenario solo hubiese el emisor de la deseada, distribuida o puntual, con o sin "multipath", el "snapshot" seria (II.27).

$$\underline{X}_n = d(n).\underline{P}.P_d^{-1} \tag{II.27}$$

Así pues, al construir una relación señal a ruido, parece claro que la parte de señal útil a la salida del conformador será proporcional al producto escalar del "beamformer" por el "snapshot" de solo la dirección deseada.

$$SE\tilde{N}AL - -- > \left|\underline{A}^{H} \underline{P}\right|^{2}$$
(II.28)

Para encontrar el factor debido al ruido, se ha de expresar la matriz de covarianza como (II.29),

$$\underline{\underline{R}} = P_d^{-1} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{P}}^H + \sum_{i=1}^{NI} P_i \cdot \underline{\underline{S}}_i \cdot \underline{\underline{S}}_i^H + \sigma^2 \cdot \underline{\underline{I}} = P_d^{-1} \cdot \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{P}}^H + \underline{\underline{R}}_w$$
(II.29)

Donde la matriz R_w acumula todas las contribuciones al snapshot que no provienen de la fuente deseada. De este modo, la potencia de todo lo que no es señal deseada vendrá dad por (II.30).

$$RUIDO - -- > \underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{w} \cdot \underline{\underline{A}}$$
(II.30)

A continuación se puede decir que, salvo constantes independientes del conformador a diseñar, la relación señal a ruido, a su salida, viene dada por el cociente de las relaciones denominadas señal y ruido respectivamente.

$$SNR = \frac{\left|\underline{A}^{H} \cdot \underline{P}\right|^{2}}{\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{w} \cdot \underline{A}}$$
(II.31)

La maximización de un cociente como el anterior se realiza fijando el numerador a un valor constante, la unidad por ejemplo, y minimizando el denominador. Es decir, la maximización de la relación señal a ruido equivale a un problema de minimización con restricciones.

$$\underline{A}^{H} \underline{P} = 1 \tag{II.32}$$

$$\underline{A}^{H} \underline{R}_{w} \underline{A}\Big|_{min}$$

El Lagrangiano del problema anterior viene dado por

$$\underline{\underline{R}}_{w}.\underline{\underline{A}} - \lambda.\underline{\underline{P}}$$
(II.33)

Que, igualado a cero y salvo una constante que no altera para nada la relación señal a ruido máxima, produce el "beamformer" de optima relación señal a ruido.

$$\underline{A}_{SNR} = \lambda \underline{\underline{R}}_{w}^{-1} \underline{\underline{P}}$$
(II.34)

Esta solución es aparentemente diferente del conformador TRB. No obstante, aplicando el lema de la inversa a la expresión de la matriz de covarianza se obtiene (II.35).

$$\underline{\underline{R}}^{-1} = \underline{\underline{R}}_{w}^{-1} - \frac{\underline{\underline{R}}_{w}^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}_{w}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{w}^{-1}}{P_{d} + \underline{\underline{P}}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{w}^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}}$$
(II.35)

Que, al formular el conformador TRB con esta expresión, permite obtener (II.36), que prueba de manera formal que el conformador de referencia temporal, u optimo MSE, es también de máxima relación señal a ruido. De hecho, ambos difieren en una constante que no influye en absoluto en su calidad o SNR.

$$\underline{A}_{TRB} = \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{P}} = \left(\frac{\underline{P}_d}{\underline{P}_d + \underline{\underline{P}}^H \cdot \underline{\underline{R}}_w^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}} \right) \cdot \underline{\underline{R}}_w^{-1} \cdot \underline{\underline{P}}$$
(II.36)

II.2.4 ENTRAMADO DE LA REFERENCIA.

Los sistemas de diseño con referencia temporal obligan a identificar de algún modo cual es la señal deseada frente al resto. Dentro de los sistemas con referencia cabe distinguir dos grandes grupos, el primero son aquellos en los que la referencia es una señal especifica d(t), siempre asociada únicamente a la fuente deseada, que es multiplexada con la señal propia de la fuente s(t). En el segundo grupo se encuentran los sistemas que aprovechan la arquitectura de la señal deseada y extraen de esta la misma

referencia y, a veces, son denominados ciegos o sin referencia de forma incorrecta. En términos de capacidad es claro que los segundos son más eficientes. De todos modos, en estos últimos, la presencia de otro usuario o interferencia con la misma estructura haría al conformador vulnerable ya que admitiría ambas señales o una de las dos, generalmente la de mayor potencia.

El presente apartado se ocupara de los sistemas pertenecientes al primer grupo, es decir, aquellos en los que una señal especifica d(t) es multiplexada con la señal de información s(t) de la fuente deseada.

Dependiendo del sistema empleado para multiplexar la referencia, el receptor a la salida del conformador, obtendrá una referencia mas o menos ruidosa valida para el diseño de este. Esta referencia ruidosa contendrá las contribuciones de otras direcciones que se pretenden eliminar, es por esta razón que una etapa posterior se dedica a regenerar lo mejor posible, sino perfectamente, la referencia. De este modo, el procesador contendrá los bloques que se describen a continuación.

En primer lugar, a la salida del conformador se procede a extraer la señal de referencia y la señal de información, aproximadamente las expresiones de (II.37).

$$\hat{d}(t) = d(t) + i(t) + w(t)$$

$$\hat{s}(t) = s(t) + i'(t) + w'(t)$$
(II.37)

Nótese que dependiendo del modo en que se incluye la referencia puede ser imposible la completa separación, y así la referencia estimada puede tener contribución también de s(t) y viceversa. El impacto de esta s(t) en ambas señales es menor en la calidad del conformador; recuérdese que al venir ambas de la misma dirección o vector de steering el procesador espacial no actuara sobre ellas. Sobre las que si actuara es sobre las direcciones que contribuyen a interferencia i(t) y ruido w(t). Al anularse dichas contribuciones en el lazo de la referencia también desaparecerán de la señal de información, pues provienen de las mismas direcciones, dejando esta libre de interferencias.

En segundo lugar y aprovechando el conocimiento previo que el sistema tiene de la referencia, esta se regenera habitualmente mediante un procesador no-lineal obteniéndose d(t). El error entre la referencia ruidosa de (II.37) y d(t) es el que se minimiza en el diseño del conformador.



Figura II.10 Bucle de la referencia en conformación de haz vía TRB.

Si el bucle de referencia funciona correctamente, la minimización de la potencia del error acarreara grandes atenuaciones en el factor de array para la dirección con la que incide la interferencia. El conformador, como ya se ha mencionado, maximiza la relación señal a ruido para la obtención de la referencia y por tanto también para la señal deseada o de información s(t).

Para el entramado de la referencia se puede recurrir a cualquier procedimiento de múltiplexación. Se analizaran brevemente los sistemas más usuales.

Una posibilidad es multiplexar en el tiempo la señal d(t). Este modo, susceptible de ser empleado en los sistemas de telefonía móvil (GSM y UMTS), consiste en introducir por cada trama de símbolos de información una serie de símbolos (26 por cada 256 de información por ejemplo) que actúan de referencia. La separación de referencia y señal es un problema simple de de-múltiplexación en tiempo. Posponiendo, de momento el bloque encargado de regenerar la referencia, se ha de mencionar que los sistemas que multiplexan la referencia en tiempo son sensibles al denominado "partial time jamming" en el sentido de que, si la interferencia firma en el espacio de tiempo libre de referencia, entonces esta no será anulada por el conformador, produciendo tasas de error absolutamente inaceptables.

La siguiente alternativa de la anterior es multiplexar la referencia en frecuencia. En estos sistemas un espacio, preferiblemente es en el centro de la trama, o banda total de frecuencial, donde se incluye la señal de referencia.



Figura II.11. Entramado de la referencia por múltiplexación en el tiempo.



Figura II.12. Entramado de la referencia por múltiplexación en frecuencia.

El problema de la múltiplexación de la referencia en frecuencia estriba en los denominados "Partial frequency jammer", es decir, en aquellas interferencias que afecten tan solo la banda del canal de información. De nuevo, el conformador será ciego a dichas interferencias y será incapaz de anularlas. Un problema adicional a este procedimiento, dado el carácter de banda estrecha del canal alojado para la referencia, es que las llegadas de multipath por reflexiones próximas a receptor o transmisor (menos crucial) aparecen completamente coherentes con la dirección deseada por lo que la apertura se enfrentaría al problema de fuentes coherentes. Más importante aun, los "arrivals" que para la referencia serian coherentes, y por tanto serian enfocados por el conformador, no lo serian en general para la señal de información dado su mayor ancho de banda por lo que el receptor estaría en "fading".

Por ultimo en este apartado, dentro de los sistemas de entramado de la referencia están aquellos en que esta se incluye por diversidad en código. En este caso, la referencia y la señal de información van ambas en el mismo "slot" de tiempo y de frecuencia por lo que el sistema es eficiente tanto para "partial time jamming" como para "narrowband jamming". De este modo la señal de la fuente deseada esta compuesta por tres señales: La señal de información s(t), la señal de referencia d(t) de baja velocidad r baudios, y la señal de "spreading" que modula , como en sistema de "Direct Sequence" DSSS, a la señal de referencia. El periodo de la señal c(t), o señal "chip", se ajusta para ocupar todo el ancho de banda de transmisión $r_c=B_T>>r$.

$$x(t) = s(t) + c(t).d(t)$$
 (II.38)

La operación de de-spreading, aprovechando la propiedad de c(t), i.e. $c^2(t)=1 \quad \forall t$, permite la recuperación de la referencia ruidosa que pasa a la etapa de regeneración.



Figura II.13. Entramado de la referencia por código. La señal de referencia va extendida en frecuencia vía la señal de chip c(t).

Este sistema, por su concepción es robusto tanto a "partial time" como a "partial frequency jamming" como ya se ha mencionado. El problema es que la señal de información siempre contendrá un residuo de la señal de referencia extendida. Aunque se puede intentar el mejorar la EbNo de la señal deseada vía la sustracción de la señal c(t).d(t), una vez se ha regenerado la referencia, el sistema ha de subir la EbNo levemente para garantizar la misma tasa de error al bit BER.

II.2.5. REGENERACION DE LA REFERENCIA.

En la sección anterior se han examinado brevemente los tres grandes sistemas para entramar una señal de referencia junto con la señal de información. En el receptor, a la salida del conformador se efectuaba la extracción de la referencia. Esta es ruidosa y contiene, cuando el conformador aun no es óptimo, la contribución de interferencias y ruido, direccional o no. Como se ha podido ver, el diseño del conformador se realiza en base a una señal de error que contiene todas las contribuciones de fuentes interferencias pero no la señal de referencia. Por esta razón , es necesario un bloque que, a partir de la referencia ruidosa regenere la referencia. De algunos de los casos más habituales en la practica se ocupara esta sección.

Como podrá ver el lector, los procedimientos indicados para la regeneración de d(t) se basan en que esta señal tiene una estructura, cuanto más compleja mejor, que permite su regeneración. Ciertos sistemas usan la propia señal de información directamente en estos sistemas de regeneración de referencia. El problema es que en muchas ocasiones la actuación correcta de la regeneración obliga a silenciar el modulador. Sobre este detalle se insistirá en cada uno de los esquemas propuestos.



Figura II.14. Bloque de regeneración de la referencia.

El sistema más sencillo y la vez más popular, por simplificar la etapa que nos ocupa, es el incluir una portadora. Si esta va sin extender, su ancho de banda será muy reducido y al sistema se le adjuntaran las desventajas asociadas a FDM con referencia de banda estrecha ya comentados. En cualquier caso, la regeneración de la referencia es sencilla, pues basta un filtro paso banda y un PLL o Filtro de Kalman (ver Procesado de Señal: Algoritmos adaptativos) para obtener la referencia regenerada. El bucle de referencia completo quedaría como se indica en la figura II.15.



Figura II.15. Bucle completo de la referencia cuando esta es una portadora sin modular.

Note la presencia de un amplificador a continuación de la regeneración de la referencia. Este amplificador actúa como un control de ganancia en este, y cualquiera de los sistemas que siguen. La razón es que, de este modo, se fija el nivel que se desea obtener a la salida del conformador. Dicho esto, es claro que se trata de un sistema realimentado, y si la ganancia del bucle de referencia fuese mayor que la unidad el sistema diverge y los pesos del conformador saturarían la dinámica del procesador, al crecer hasta infinito. Así pues, el bucle mencionado funciona en saturación, es decir, amplifica d(t) en tanto en cuanto esta es inferior a un nivel prefijado. Cuando la referencia obtiene el nivel prefijado el amplificador queda en 0 dB de ganancia. Como se ha dicho, es crucial no olvidar esta etapa y su ajuste correcto. Se ha de evitar la saturación de la dinámica del conformador y conseguir que la ganancia del bucle de referencia sea la unidad cuando a la salida del conformador se ha obtenido el nivel deseado. Esta es una gran ventaja de los sistemas TRB ya que permiten paliar y hasta suprimir el efecto cerca-lejos ("near-far"), asociado a comunicaciones radio. Es interesante ver como el haz, enfocado a la dirección deseada, cambia su ganancia dependiendo del nivel al que se ajusta el bucle de referencia.

Un sistema que no emplease referencia puede diseñarse a partir del mismo principio siempre que sea posible la extracción de portadora de la señal s(t). Por citar un caso concreto, en el caso de modulación M-PSK o BPSK es conocido que la modulación de la información desaparece cuando la señal, libre de ruido, se eleva a una potencia igual al número de niveles. De este modo, si la señal deseada es BPSK, el esquema de la Figura II.16 generaría una señal de error valida para el diseño del conformador.



Figura II.16. Bucle de referencia para BPSK como señal deseada.

Como puede verse el esquema es sencillo y no es más que una etapa de "timing" de portadora, obligada en todo receptor. Es decir, el bucle de la referencia esta ya implementado en el receptor y no contendrá ningún aditamento debido a la incorporación del procesador espacial. Los problemas que presenta su uso son básicamente dos. El primero es que cualquier interferencia que comparta el esquema de la referencia también será enfocada, es decir, el conformador de la figura enfoca a una de las señales recibidas que sean BPSK, pero no existe garantía de que esta sea la deseada. En segundo lugar, la no – linealidad en el bloque de extracción de la portadora evita un comportamiento óptimo del procesador temporal. Esta segunda desventaja no es observable cuando el nivel de la deseada es elevado y/o las interferentes se encuentran muy separadas de la dirección de la deseada. En cualquier caso, la sencillez del conformador expuesto hace que haya sido usado en bastantes aplicaciones de enlaces fijos, fundamentalmente en tele-medida y tele-control.

Otra posibilidad, en lugar de usar las características en frecuencia de la señal transmitida, es el explotar las características de su envolvente. Tanto las modulaciones PM y FM como las de fase en comunicaciones digitales, presentan una envolvente constante. Por esta razón un bucle de referencia

podría ser simplemente un detector de envolvente a la salida del conformador y considerar como señal de error su diferencia con una constante. El esquema resultante es todavía más sencillo que los anteriores, el bucle de referencia es incoherente, y su costo el mas reducido posible.

Este tipo de referencia da lugar a los denominados algoritmos de modulo constante ("CMA.-Constant Modulus Algorithm"). Estos procedimientos fueron desarrollados para combatir multipath en enlaces fijos. Note que la presencia de multipath destruye la propiedad de envolvente constante de la señal recibida por lo que su restauración en el receptor entraña el rechazo de las señales multi-camino. Evidentemente, el sistema presenta los mismos problemas que el sistema anterior. De hecho, el alto nivel de no-linealidad del sistema impide su diseño de manera bloque, vía la matriz de covarianza y el vector <u>P</u>. Su diseño ha de realizarse de manera adaptativa con técnicas como las vistas en el capitulo de sistemas adaptativos de procesado de señal. Con todo, el interés de CMA va mas allá de lo aquí expuesto y sus ampliaciones, muy interesantes, se expondrán mas adelante.

De lo expuesto, puede concluirse que el diseño de la estructura de la referencia es crucial ya que si cualquier otra señal interferente presentase la misma estructura que la referencia podría ser enfocada, o lo que es peor, el conformador podría saltar aleatoriamente de una a otra dependiendo de su nivel y posición relativa.



Figura II.17. Bucle de referencia para modulaciones de envolvente constante. Sistema CMA.

Los sistemas más seguros de TRB tienen una mayor estructura en la referencia. La utilización de formatos de modulación y codificación específicos, junto con una secuencia de símbolos asignados a cada usuario y conocidos previamente, constituyen el sistema más seguro de referencia temporal. Los símbolos originales se utilizan en el receptor como clave de usuario o servicio. De este modo, en un entorno con varios servicios, todos con igual referencia pero distintos símbolos, permiten al procesador temporal seleccionar el que se desee simplemente cambiando los símbolos mencionados.

Este último esquema podrá verse con más detalle cuando se analicen los sistemas de referencia ciega. Nótese que el esquema de la extracción de parámetros y la estructura del modulador dependen claramente de la modulación/codificación elegida. Un ejemplo sencillo seria un bucle de este estilo para una referencia en QAM. La extracción de parámetros se referiría a la obtención de sincronismo de símbolo y "timing" de portadora. Con estos parámetros en el modulador, e introduciendo en la clave la secuencia de bits (trama periódica habitualmente), se regenera perfectamente la referencia que contrastada con la obtenida a la salida, genera una señal de error valida para el diseño del conformador. En resumen, el mejor bucle de referencia esta constituido por la concatenación de un demodulador-modulador especifico para el usuario o usuarios deseados. Basta cambiar la trama periódica para cambiar de uno a otro.



Figura II.18. Esquema de referencia con estructura (modulación + código) y símbolos para clave de acceso.

II.2.6. RESUMEN TECNICAS TRB.

A lo largo de esta sección se han expuesto las posibilidades que el enfoque electrónico de una apertura, vía una referencia temporal del usuario o fuente deseada, presenta.

Todos los esquemas incluidos recurren a la estructura de la referencia. Por esta razón, como se vera al final del capitulo, cuando la propia señal deseada presenta una estructura compleja no será necesario el entramar ninguna referencia, pues la propia señal deseada firma en el receptor con la suficiente originalidad como para distinguirla de señales interferentes.

Se ha mencionado repetidas veces que el valor de estos sistemas esta en cuan complicada o compleja, y por tanto rara o única en el escenario, es la estructura de la referencia. Es por esta razón que es normal ver como los sistemas desarrollados, a fin de secretizar al máximo el acceso y garantizar a la fuente deseada el acceso, recurren a más de un eje de diversidad simultáneamente. Diversidad en frecuencia, en tiempo, en código, en polarización y hasta en distribución, son usadas en el receptor para regenerar una referencia temporal. El empleo de todas las diversidades posibles, como parte integral del receptor, hacen del diseño de aperturas o arrays para comunicaciones uno de los diseños que mas áreas cubren, por no decir todas, de tecnologías de comunicaciones. También revela esto hasta que punto es erróneo pensar que el procesador espacial o beamformer es un mero aditamento sumado a cualquier receptor. No es cierto pues el bucle de referencia obliga a pensar en el procesador espacial como una parte integral de receptor a contar desde que comienza su diseño. De este modo, dinámica, velocidad y complejidad del procesador han de considerarse globalmente tanto en lo que concierne al interfase aire, a las cadenas de conversión abajo y al procesador de banda base.

Por ultimo, es de destacar que aunque toda la explicación se ha basado en una dirección única para deseada e interferentes, fuentes puntuales, todo lo expuesto es valido para fuentes distribuidas o fuentes en campo próximo pues el procesado MSE que entraña el diseño del conformador, proporciona carácter optimo a este al maximizar la relación señal a ruido mas interferencias de la señal recibida. Esta es la gran diferencia con los sistemas que se describen en la próxima sección que están basados en direcciones en lugar de formas de onda de la fuente deseada.

En las técnicas expuestas en la sección anterior, el conformador seleccionaba la dirección o direcciones donde la fuente deseada se encontraba emitiendo la señal de referencia.

Todos los sistemas de exploración en sonar o radar, así como los enlaces de comunicaciones fijos, conocen a priori la posición de la fuente a la que se desea enfocar. Mas aun, un sonar en exploración busca en una dirección pero no sabe que forma de onda va a recibir. Un sonar pasivo simplemente escucha y su objetivo es localizar si en una dirección dada \underline{S}_d hay, o no hay, una fuente. La señal que emite es un nivel secundario pues lo prioritario es su localización.

Dado que se esta interesado en saber si hay o no señal en la dirección deseada, el sistema ha de garantizar que el conformador apunta a dicha dirección, con lo que una restricción obligada para su diseño es que el conformador no atenúe dicha dirección.

$$\underline{A}^{H}.\underline{S}_{d} = 1 \tag{II.39}$$

Aun garantizando la no atenuación de la dirección de enfoque, jammers o interferencias próximos o separados, dependiendo de su nivel, pueden enmascarar la presencia de la fuente. Por esta razón es necesario anular la contribución desde cualquier otra dirección de llegada que no sea la deseada. Como la restricción anterior garantiza la no anulación de la deseada, el objetivo de suprimir jammers o interferencias es simplemente minimizar la potencia a la salida del conformador.

$$\underline{A}^{H} \underline{\underline{R}} \underline{\underline{A}} \Big|_{minimo} \tag{II.40}$$

Es fácil probar que la minimización con la restricción garantiza la supresión de interferencias. Note que la matriz de covarianza se puede descomponer en la suma de la contribución en la dirección deseada más la de las interferencias más ruido,

$$\underline{\underline{R}} = \alpha_d \underline{S}_d \underline{S}_d + \underline{\underline{R}}_o \tag{II.41}$$

Su minimización, después de poner la restricción, se reduce a minimizar la potencia de "jammers" y ruido a la salida.

$$\underline{A}^{H} \cdot \left[\alpha_{d} \cdot \underline{S}_{d} \cdot \underline{S}_{d}^{H} + \underline{\underline{R}}_{o} \right] \underline{A} = \alpha_{d} + \underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{o} \cdot \underline{A}$$
(II.42)

La solución para este conformador es idéntica a la obtenida en el capitulo de análisis espectral para el denominado método de Capon (Ver notas curso procesado de señal, capitulo de análisis espectral), denominado como de mínima varianza en alusión a (II.40), y que se muestra en (II.43)

$$\underline{A} = \frac{\underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d}}{\underline{\underline{S}}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d}} \propto \underline{\underline{R}}_{o}^{-1} \cdot \underline{\underline{S}}_{d}$$
(II.43)

En esta ultima expresión ha de recordarse que, si la matriz de solo interferencias esta disponible, el conformador optimo también se puede derivar de esta como se ha mostrado anteriormente.

Es interesante recuperar ciertos detalles mencionados en análisis espectral. La primera es que cuando en el escenario no existen interferencias el conformador óptimo coincide con el vector de steering o de enfoque. Es decir, el denominado "phased array" es óptimo. Aunque es el más empleado, no deja de ser un absurdo que tan solo es el conformador óptimo cuando no hay ninguna interferencia. Esta es la razón de la fuerza de implantación de los procedimientos contenidos en esta sección. Siempre superan en calidad al tradicional "phased array".



Figura II.19. Diferencias entre un conformador por referencia espacial (a la izquierda) y el phased array enfocado en la misma dirección (a la derecha).

Si en análisis espectral la técnica se describió en general en atención a su ámbito de aplicación, en el caso de arrays permite otros desarrollos que siguen a continuación. De todos modos, recuerde que esta técnica tampoco esta libre del problema de fuentes coherentes. En efecto, si enfocando a 30°, por ejemplo, existe una fuente coherente a 40^a con la anterior, el conformador apuntara a 30° por la restricción de diseño, pero también apuntara a 40^a. La razón es que al pedirle mínima potencia de salida, el conformador encuentra la manera óptima de realizar el trabajo que se le ha encargado, selecciona la fuente coherente para con ella anular, minimizando la potencia de salida como se le pide, la fuente que recibe por 30°. En resumen, la presencia de fuentes coherentes vuelve a forzar el empleo de promediado espacial para paliar sus negativos efectos en conformación.

II.3.1. CONFORMACION CON RESTRICCIONES.

Si se observa con detalle la Figura II.19 se puede apreciar que el conformador no anula las interferencias, simplemente las atenúa, probablemente hasta niveles mas que aceptables. De hecho el nivel de atenuación es el necesario para reducir el impacto de las interferencias al nivel del ruido en el receptor.

No obstante a lo anterior, tanto los receptores radar o sonar como los de comunicaciones son habitualmente diseñados bajo la consideración de que todo lo que no es señal es ruido gaussiano y blanco temporalmente. El problema de niveles residuales de interferencias o "jammers", que habitualmente tienen una distribución no gaussiana, es que la calidad del receptor se degrada e incluso las unidades de "timing" o sincronismo se resienten de su presencia pues no suelen estar diseñadas para ruido que no sea gaussiano. Aunque es un grado de sofisticación, es mucho mejor, a expensas de subir la repuesta al ruido no-direccional, el anular completamente las interferencias o el multi-camino. La anulación de las interferentes requiere del conocimiento de la posición de estas. Dicho conocimiento se puede obtener de técnicas de estimación de ángulo de llegada que se expondrán en el capitulo próximo, y que guardan una similitud muy grande con las técnicas de análisis espectral expuestas en procesado de señal (Ver notas Procesado de Señal Cap. III).

Si se asume que las direcciones de NI interferentes son conocidas, se puede establecer el siguiente conjunto de restricciones:

$$\underline{A}^{H} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S}_{d} & \underline{S}_{i,1} & . & \underline{S}_{i,NI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & 0 \end{bmatrix}$$
(II.44)

De manera abreviada, o en forma matricial se pueden representar como (II.45).

$$\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{C}} = \underline{f}^{T} \tag{II.45}$$

La ecuación anterior resume el conjunto de restricciones para el diseño del conformador. Nótese que el número de restricciones ha de ser menor que el número de sensores, de otro modo el sistema estaría sobre-determinado y su solución seria la denominada pseudo-inversa (II.46), que realiza un ajuste MSE del sistema sobre-determinado formado por las restricciones.

$$\underline{A}_{opt} = \left[\underline{C} \cdot \underline{\underline{C}}^{H}\right]^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{f}}$$
(II.46)

Volviendo al caso de que el numero de restricciones sea inferior al numero de sensores, si todas las interferencias presentes son NI en numero, el diseño se completaría con exigir mínima respuesta al ruido no direccional, o lo que es equivalente, elegir el conformador de mínima norma que verifica la ecuación de restricciones.

$$\underline{\underline{C}}^{H} \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{f}}$$

$$\underline{\underline{A}}^{H} \underline{\underline{\sigma}}^{2} \underline{\underline{I}} \underline{\underline{A}} = \underline{\sigma}^{2} \underline{\underline{A}}^{H} \underline{\underline{A}} \propto \|\underline{\underline{A}}\|^{2}$$
(II.47)

El conformador, llamado "quiescent" o de reposo por ser la situación en la que no se encuentran interferencias no previstas en las restricciones, viene dado por (II.48).

$$\underline{A}_{quiescent} = \underline{A}_{q} = \underline{\underline{C}} \cdot \left[\underline{\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{C}} \right]^{-1} \cdot \underline{\underline{f}}$$
(II.48)

Note la diferencia entre el "quiescent" y la solución al caso sobre-determinado (II.46).

No obstante, puede ser que en el escenario hayan aparecido otros jammers además de los ya identificados en la ecuación de restricciones. En este caso, se ha de proceder de nuevo a la minimización de la potencia a la salida del array. El problema se formula según (II.49) junto con su correspondiente solución.

$$\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{C}} = \underline{f}^{T}$$

$$\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{A}\Big|_{min}$$

$$\underline{A}_{optimo} = \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{[\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{C}}]^{-1} \cdot \underline{f}$$
(II.49)

Un detalle interesante es que al aumentar el número de restricciones se disminuye la contribución de las interferentes pero, al perderse grados de libertad, el conformador atenúa menos el resto de jammers y admite más ruido a su salida. Una manera de aliviar el problema es establecer una anulación grande, pero finita, en las restricciones. Lo que se realiza cambiando los ceros del vector <u>f</u> por valores como 10^{-4} para 40 dB de atenuación, por ejemplo, en lugar de infinito. Esta técnica es muy recomendada cuando el deterioro que se produce cuando una dirección interferente esta próxima a la deseada es máximo, es decir, cuando se buscan fuentes próximas a las ya localizadas.

En este momento es oportuno resaltar la gran diferencia del enfoque con referencia espacial respecto al temporal. Esta técnica necesita constantemente de los "steering vectors", al menos el de la deseada, con lo que es sensible a los errores de calibración o posicionamiento de los sensores. Si se imagina el caso de un array sonar arrastrado desde un barco, puede imaginarse cuantos problemas presenta la posición del sensor sometida a fuerzas de arrastre , corrientes, flotabilidad etc. Es por esto que tanto la dirección deseada como las interferentes pueden no ser conocidas con exactitud. Para dar una idea de la magnitud del problema, si se pretende enfocar a un objeto que esta a 30° (coordenadas absolutas) pero que, por mala localización de sensores este lo ve a 33°, al poner en la restricciones el vector de 30° la dirección de 33 será interferente y el conformador la suprimirá o intentara suprimir. Es decir, como todo lo que no se encuentra en \underline{S}_d es interferente, los errores de posicionamiento y calibración, convierten la deseada en interferente. Lo mismo ocurre con las restricciones a "jammers". Los nulos de un factor de array son muy profundos y si su localización es correcta se tendrán muchos dB. de atenuación, pero el más leve error hace disminuir la atenuación con la misma rapidez que sube un lóbulo lateral de sus ceros.

Una manera de aliviar el problema de calibración es imponer planicidad tanto en la dirección de la deseada como en la de los "jammers". En definitiva se trata de exigir que el diagrama de radiación presente derivada (al menos una) nula en las direcciones identificadas. Considerando un problema de tan solo un "jammer", el número de restricciones en el planteamiento anterior serian tan solo dos. Se podrá ver a continuación como se imponen restricciones de planicidad en este caso sin perdida de generalidad.

Las restricciones iniciales venían dadas por la ecuación (II.50).

$$\underline{A}^{H} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S}_{d} & \underline{S}_{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta \end{bmatrix}$$
(II.50)

Analizando las componentes del vector de "steering", por ejemplo para la deseada, la correspondiente al sensor #q, para una apertura planar, seria (II.51).

$$\underline{S}_{d}(q) = \exp\left[j.2\pi f.d_{q}.\frac{\operatorname{sen}(\theta_{d})}{c}.\cos(\varphi_{d}-\varphi_{q})\right]$$
(II.51)

Se trata ahora de asegurar que la respuesta 1 y β de (II.50) se cumplen en un entorno de las posiciones de deseada y "jammer" respectivamente. Para ello se impondrá que la derivada del factor de array en ambas direcciones sea nula. Imponer restricciones de derivada al factor de array es imponer restricciones a la derivada del producto escalar del conformador por el "steering". Dado que la dependencia con elevación y azimut están solamente en el "steering", basta con imponer que el producto escalar del conformador por la derivada del producto escalar del conformador por la derivada del "steering" se anule.

$$\frac{\partial [\underline{A}^{H} . \underline{S}_{d}]}{\partial \theta_{d}} = \underline{A}^{H} . \frac{\partial \underline{S}_{d}}{\partial \theta_{d}} = \underline{A}^{H} . \underline{S}_{d}^{\theta}$$
(II.52)

Las componentes de este nuevo vector de restricciones serian, para el caso de la elevación, las siguientes:

$$\underline{S}_{d}^{\theta}(q) = \left(j.2\pi f.d_{q}.\frac{\cos(\theta_{d})}{c}.\cos(\varphi_{d}-\varphi_{q})\right)\exp\left[j.2\pi f.d_{q}.\frac{\sin(\theta_{d})}{c}.\cos(\varphi_{d}-\varphi_{q})\right]$$

Y, análogamente, para las derivadas en azimut.

$$\underline{S}_{d}^{\theta}(q) = \left(-j.2\pi f.d_{q}.\frac{\cos(\theta_{d})}{c}.\sin(\varphi_{d}-\varphi_{q})\right)\exp\left[j.2\pi f.d_{q}.\frac{\sin(\theta_{d})}{c}.\cos(\varphi_{d}-\varphi_{q})\right]$$

De esta manera, la nueva ecuación de restricciones a usar en la formulación general, expuesta en (II.53), seria:

$$\underline{A}^{H} \cdot \begin{bmatrix} \underline{S}_{d} & \underline{S}_{d}^{\theta} & \underline{S}_{d}^{\varphi} & \underline{S}_{i} & \underline{S}_{i}^{\theta} & \underline{S}_{i}^{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(II.53)

Las dos situaciones mencionadas para restricciones adicionales a la dirección deseada son las más comunes en la práctica. En cualquier caso ha de recordarse que su empleo es delicado pues disminuyen la capacidad del conformador. Así pues, se ha de estar muy seguro de que existen los problemas que las restricciones adicionales solucionan. De otro modo se estarían malgastando grados de libertad inútilmente.

Los apartados que siguen describen la correcta implementación de este tipo de conformadores, junto con una interpretación muy interesante de su funcionamiento.

II.3.2. EL CANCELADOR DE LOBULO LATERAL (SLC).

El denominado "Sidelobe Canceller" (SLC) fue el primer sistema de conformación basado en referencia espacial. La razón de su inclusión aquí es para ilustrar hasta que punto la aplicación concreta en procesado espacial dicta la arquitectura de este. El SLC era un sistema adicional a lo que se consideraba el elemento primario del sistema de exploración.

El elemento primario o antena original de un sistema radar estaba formado por un elemento de directividad apreciable, de tal modo que, en general, sus lóbulos laterales se encontraban al menos entre 12 y 15 dB. por debajo del lóbulo principal (ver Figura II.20). Con todo, a medida que los "jammers" pudieron incrementar su potencia, el rechazo de estos lóbulos laterales a ellos llega a ser insuficiente por los que la contribución del "jammer" en el elemento principal había de reducirse. Recuerde que el "jammer" solo cubre la mitad del trayecto en un sistema de exploración. Si se denomina $i_p(t)$ a la contribución del "jammer" y s(t) a la señal reflejada en la dirección de enfoque, la salida del elemento primario seria:





Figura II.20. Cancelador de lóbulo lateral o SLC. La subapertura genera una replica de la firma del "jammer" en el lóbulo lateral del elemento primario.

Se pretende diseñar un sistema de proceso tal que la relación deseada a "jammer" se mantenga por encima de los 10 dB. La tarea es difícil, pues el "jammer" puede entrar hasta con niveles de 30 dB. a su favor en la expresión anterior requiriéndose pues una atenuación adicional de 40 dB.

El recurso para la cancelación del "jammer" es el disponer de una serie de elementos, en número igual o superior al número de "jammers" a cancelar, de modo y manera que estos generasen una replica del "jammer" en el primario. El conformador para la subapertura \underline{A}_s tiene así la misión de generar esa replica. En términos del "snapshot" recibido por la subapertura, el criterio es minimizar la potencia de la señal de error (II.55) (ver Figura II.20).

$$\varepsilon(t) = s(t) + i_p(t) - \underline{A}_s^H \underline{X}_{s,n}$$
(II.55)

Asumiendo que la señal deseada en la subapertura, debido a su baja ganancia respecto al principal, era despreciable, sin ser este el caso para el "jammer", que tiene niveles comparables en el lóbulo lateral del primario y en la subapertura, se puede obtener su cancelación.

$$\underline{X}_{s,n} = \alpha_d(t) \underline{S}_d + \beta \underline{i}_p(t) \underline{S}_i + \underline{w}_t \cong \beta \underline{i}_p(t) \underline{S}_i + \underline{w}_t$$
(II.56)

Note que el planteamiento del SLC es el clásico de un reductor de ruido.

Para analizar el comportamiento del SLC se considerara que el "jammer" entra en el elemento principal con un nivel γ . La salida del elemento primario seria (II.57), donde se ha añadido la contribución de ruido del elemento primario.

$$s(t) + \gamma i(t) + w_p(t) \tag{II.57}$$

A su vez, el snapshot recibido en la primera subapertura viene dado por (II.58).

$$\underline{X}_{s,n} = i(t).\underline{S}_i + \underline{w}_s(t) \tag{II.58}$$

Dado que el diseño del conformador secundario se realiza minimizando la potencia de la salida del sistema, la expresión de este se reduce a la solución de Wiener al problema, es decir, la inversa de la matriz de covarianza de los datos (subapertura) por el vector de correlación entre la subapertura y el primario.

$$\underline{A}_{s} = \left[P_{i} \underline{S}_{i} \underline{S}_{i}^{H} + \sigma^{2} \underline{I}\right]^{-1} \gamma P_{i} \underline{S}_{i}$$
(II.59)

Donde se ha denotado el hecho de que el ruido del elemento primario y SLC están incorrelados, y por lo tanto la correlación del vector de datos con la referencia responde a lo formulado. Esta solución, usando el lema de la inversa, puede escribirse como (II.60).

$$\underline{A}_{s} = \frac{1}{\sigma^{2}} \left[\underbrace{I}_{=} - \frac{P_{i} \cdot \underline{S}_{i} \cdot \underline{S}_{i}^{H}}{\sigma^{2} + Q \cdot P_{i}} \right] \gamma \cdot P_{i} \cdot \underline{S}_{i} = \frac{\gamma \cdot P_{i}}{\sigma^{2} + Q \cdot P_{i}} \cdot \underline{S}_{i}$$
(II.60)

Antes de proseguir, es importante destacar hasta que punto la anterior expresión es reveladora de la manera de trabajar del SLC. La subapertura crea un haz que enfoca, de hecho en este caso es un "phased array", al "jammer" con una altura que es justo la necesaria para cancelar la contribución en el lóbulo lateral del primario. El hecho de que este haz de la sub-apertura se utilice para la cancelación de la señal que captura, le dio al conformador de la subapertura el nombre de retro-directividad o haz retro-directivo. Con respecto a la cancelación obtenida, al restar la salida del SLC de la salida del primario se obtiene:

$$s(t) + \gamma . i(t) - \underline{A}_{s}^{H} . \underline{X}_{s,n} = s(t) + i(t) \cdot \left[\frac{1}{1 + \frac{Q . P_{i}}{\sigma^{2}}} \right] + w_{p}(t) + \underline{A}_{s}^{H} . \underline{w}_{s}(t)$$
(II.61)

La forma de trabajar del SLC se ilustra en la Figura II.21.



Figura II.21. Respuesta del elemento primario y haz retro-directivo de forma que la resta de ambos acarrea la cancelación del "jammer" o supresión, en el diagrama global del lóbulo secundario.

Salvando las contribuciones de ruido nótese que el nivel de "jammer" es prácticamente la inversa de la relación "jammer" a ruido antes del cancelador, atenuada por el número de elementos Q de la subapertura. En otras palabras, el nivel de anulación del "jammer" es mayor cuanto mas fuerte es este. Esta propiedad, denominada de inversión de la relación señal a ruido, es común a todos los esquemas de cancelación de ruido empleando filtro de Wiener, como es el caso del SLC. A nivel de ejemplo, un jammer de 30 dB. de nivel con dos elementos en el SLC, quedaría a –33dB a la salida del conformador global.

Un detalle práctico interesante es que, para poder conseguir la anulación, es necesario garantizar que la subapertura equilibra en ganancia el nivel de lóbulo lateral que se desea cancelar. Es decir, se ha de garantizar, con la dinámica de los pesos de la subapertura, que la replica puede alcanzar el nivel del "jammer" en la salida del elemento primario.

Una tentativa, de mala calidad, es emplear el SLC cuando el elemento primario es de baja directividad. El extremo de esta situación lleva a considerar el elemento primario como uno más de los que forman la subapertura.

En este caso se puede considerar la apertura en su globalidad con un beamformer <u>A</u> con la restricción de que su primer elemento es la unidad. El problema de diseño se asemeja al contemplado bajo predicción lineal en procesado de señal (Ver notas Procesado de Señal). Su solución se repite a continuación partiendo de que ahora "snapshot" y matriz de covarianza se refieren a la apertura completa incluyendo el elemento principal.

$$\underline{A}^{H} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{A}^{H} \underline{1} = 1 \quad restriccion \quad \underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{A} \Big|_{minimo} \quad objetivo \qquad (II.62)$$

El óptimo vendría dado por (II.63).

Miguel Ángel Lagunas

$$\underline{A} = \frac{\underline{\underline{R}}^{-1}.\underline{1}}{\underline{1}^{H}.\underline{R}^{-1}.\underline{1}}$$
(II.63)



Figura II.22. El SLC como un sistema de predicción lineal espacial.

El problema fundamental del SLC como predictor lineal es que la suposición de que la señal deseada s(t) es despreciable en la subapertura es del todo falsa y su correcto funcionamiento se obtiene tan solo cuando los niveles de deseada son despreciables como en ciertas aplicaciones en radioastronomía.

Aquí vuelve un tema clave en el buen funcionamiento del SLC. Es necesario que la señal deseada no se encuentre en la sub-apertura pues de otro modo se produciría también su cancelación. En aplicaciones de audio, se recurre a repuestas de tipo cardiode con el nulo orientando en el broadside del primario para garantizar que la subapertura nunca recibe en la dirección enfocada. Este objetivo, el de procurar la no presencia de la deseada en la sub-apertura, se soluciona brillantemente en la estructura que sigue a continuación, y que se denomina como SLC generalizado o GSLC.

II.3.3 EL CANCELADOR DE LOBULO LATERAL GENERALIZADO (GSLC).

El problema que se aborda consiste en como encontrar una relación más directa entre el SLC y el diseño con restricciones de los dos apartados anteriores. La mejor manera de plantear el problema es resaltando sus dos problemas fundamentales. Por un lado, en el caso de la minimización con restricciones existía el problema que si la apertura tenía Q elementos y se usaban NC restricciones, lo lógico seria

diseñar tan solo los grados de libertad restantes, es decir, Q-NC. No era así, la ecuación del conformador optimo establece los Q valores del beamformer (ver II.49). Dicho de otro modo, si un "jammer" nuevo aparece en el escenario, se ha de calcular de nuevo los Q coeficientes del conformador de (II.49). Lo lógico seria que tan solo Q-NC valores, que son los grados de libertad, deberían cambiarse. En términos puramente matemáticos, lo que se plantea es como se ha de convertir un problema de Q pesos con NC restricciones en un problema de Q-NC pesos sin restricciones. En segundo lugar, y referido al SLC, se trata de solventar el problema de señal deseada en la subapertura. La formulación del GSLC y su arquitectura soluciona brillantemente ambos problemas.

Para abordarlo, se recuperara de nuevo la formulación del problema con restricciones.

$$\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{f}}^{T}$$

$$\underline{A}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{A}}\Big|_{min}$$

$$\underline{A}_{optimo} = \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \left[\underline{\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{C}}\right]^{-1} \cdot \underline{\underline{f}}$$
(II.64)

La cuestión que en primer lugar interesa es el preservar el papel del "quiescent", o conformador de reposo. El "quiescent" es el conformador optimo cuando la matriz de covarianza en (II.64) es diagonal (ruido no-direccional únicamente) y viene dado por (II.65).

$$\underline{A}_{q} = \underline{\underline{C}} \cdot [\underline{\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{C}}]^{-1} \cdot \underline{\underline{f}}$$
(II.65)

Con respecto al "quiescent", se esta interesado en una arquitectura donde este aparezca en paralelo con otro conformador \underline{A}_{i} , de tal modo que en condiciones de reposo, este ultimo este a cero o sin salida. Así pues, el conformador global se descompone en la suma de ambos.

$$\underline{A} = \underline{A}_q + \underline{A}_l \tag{II.66}$$

Para proceder a la interpretación geométrica de la arquitectura, ha de recordarse que el "quiescent" es el conformador que, verificando las restricciones, tiene norma mínima. Teniendo en cuenta lo anterior, y considerando un conformador de dos pesos por simplificar la representación, la restricción será una recta y el "quiescent" será el vector que, estando sobre la recta de las restricciones tiene norma mínima, es decir, apunta al punto más cercano que esta en el plano de las restricciones. Claramente, la geometría revela, también es fácil de comprobar algebraicamente, que el "quiescent" es un vector ortogonal al plano de las restricciones. O bien, su proyección con el operador \underline{P}_{C} es el vector cero.

$$\left(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot \left(\underline{\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{C}}\right)^{-1} \underline{\underline{C}}^{H}\right) \cdot \underline{\underline{A}}_{q} = \underline{\underline{P}}_{C} \cdot \underline{\underline{A}}_{q} = \underline{\underline{0}}$$
(II.67)

Así pues, el diseño del conformador <u>A</u>₁ conlleva el diseño de un vector tal que, proyectado sobre el plano de las restricciones, sea él mismo. La forma más sencilla de obtenerlo es, teniendo en cuenta la propiedad de ídempotencia del operador de proyección, como se indica en (II.68). Este vector es ortogonal al "quiescent" y, en consecuencia al sumarlo a este da lugar a un conformador global que se encuentra en el plano de las restricciones, es decir, las verifica al margen de quien sea A_{α} .

$$\underline{A}_{l} = \left[\left(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{C}} \cdot \left(\underline{\underline{C}}^{H} \cdot \underline{\underline{C}} \right)^{-1} \underline{\underline{C}}^{H} \right) \right] \cdot \underline{A}_{o} \triangleright \underline{\underline{B}}^{H} \cdot \underline{A}_{o}$$
(II.68)

La matriz <u>B</u> se denomina matriz de bloqueo. La razón de este nombre para el transpuesto del operador de proyección, es que cuando se implementa el conformador (II.68), el efecto es el mismo que pre-multiplicar el "snapshot" por la matriz <u>B</u>, y después someter al snapshot resultante al conformador <u>A</u>_o. El nombre de bloqueo se lo debe al hecho de que la matriz <u>B</u> es ortogonal a la matriz de restricciones. Es

decir, al bloquear las restricciones deja libre el conformador $\underline{\underline{A}}_{0}$ en el que residen los grados de libertad que el conformador global tendrá. Este numero, u orden del conformador, ha de ser igual al numero de elementos de la apertura menos el numero de restricciones.

$$\underline{\underline{B}}^{H} \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{0}} \tag{II.69}$$



Figura II.23. Interpretación geométrica de la descomposición del conformador con restricciones en el quiescent mas un conformador ortogonal.

Es decir, anula o bloquea todas las direcciones que están contenidas en la matriz de restricciones entre ellas la deseada. De este modo, se garantiza que la rama inferior jamás contiene señal deseada, y trabaja como SLC en perfectas condiciones.

En resumen, la arquitectura del GSLC queda como se muestra en la Figura II.24. La rama superior contiene el "quiescent" y la rama inferior conforma el haz retro-directivo. Por ultimo, al comprobar las dimensiones de las matrices implicadas, es de destacar que la matriz de restricciones \underline{C} es QxNC, siendo de rango NC e igual al numero de restricciones independientes.

La matriz de bloqueo pasa a tener dimensiones de QxQ, pero con rango Q-NC, por lo que tan solo una matriz de Qx Q-NC basta para su implementación, como se vera mas delante de manera mas formal. De esta manera, el conformador \underline{A}_0 tiene la misma dimensión o numero de pesos que los grados de libertad.

En el sub-apartado siguiente se profundiza más en el diseño de la matriz de bloqueo. Note ahora que una vez establecida la arquitectura, el conformador mencionado $\underline{A}_{=0}$ se diseña sin restricciones minimizando, igual que en el SLC tradicional, la potencia de salida. En el fondo el GSLC es un filtro de Wiener donde la referencia es la salida del "quiescent", los datos es la salida de la matriz de bloqueo, y el

filtro es el conformador de la rama inferior. En otras palabras, ante la presencia de un nuevo "jammer" se mantiene la rama superior (esta dicta la dirección de enfoque junto con las restricciones), modificando únicamente el conformador de la rama inferior.



Figura II.24. Arquitectura del GSLC mostrando la rama del quiescent o reposo. La matriz de bloqueo y el conformador sin restricciones que minimiza la potencia de señal de salida.

II.3.3.1. FUNCIONAMIENTO DEL GSLC Y MATRIZ DE BLOQUEO.

La arquitectura del GSLC, en la situación de reposo o no "jammers" imprevistos en el escenario, al quedar todas las direcciones activas bloqueadas por la matriz de bloqueo, mantiene el conformador de la rama inferior a cero. Una vez que un nuevo "jammer" aparece, el cancelador de la rama inferior actúa suprimiendo, en sentido de filtrado MSE, la contribución del nuevo "jammer" a la salida.

El primer aspecto del GSLC es como diseñar la matriz de bloqueo. Para ello ha de recordarse la expresión (II.70) que brinda la definición de esta.

 $\underline{\underline{B}}^{H} \underline{\underline{C}} = \underline{\underline{0}} \tag{II.70}$

Esta ultima expresión indica que la matriz de bloqueo esta formada por el espacio nulo ("null space") de la matriz de restricciones. Este hecho facilita encontrar una matriz de QxQ-NC. Si se toma la descomposición en valores singulares de la matriz \underline{C} (dimensiones QxNC) se tendrá (II.71). En esta expresión la matriz \underline{U} es QxQ y contiene Q autovectores, la matriz \underline{D} es diagonal QxNC (solo Nc autovalores distintos de cero en consonancia con su rango) y, por ultimo, la matriz \underline{V} es NCxNC conteniendo NC autovectores. De esta descomposición (SVD) de la matriz de restricciones se llega a la conclusión de que Q-NC autovectores <u>u</u> tienen autovalor nulo, es decir, estos forman lo que se denomina el espacio nulo de la matriz de restricciones. Dicho de otro modo, el producto de cualquiera de dichos vectores por la matriz \underline{C} produce el vector cero.

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{V}}^{H} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{u}}_{1} & . & \underline{\underline{u}}_{NC} & . & \underline{\underline{u}}_{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1} & . & 0 & 0 & . & 0 \\ . & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & \psi_{NC} & 0 & . & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{v}}_{1}^{H} \\ . \\ \underline{\underline{v}}_{NC}^{H} \end{bmatrix}$$
(II.71)

Del párrafo anterior, se concluye que una manera de formar la matriz de bloqueo es usar los vectores del espacio nulo de la matriz de restricciones. De este modo la matriz <u>B</u> se forma como se indica a continuación:

$$\underline{\underline{B}} = [\underline{\underline{u}}_{NC+1} \quad . \quad \underline{\underline{u}}_{\underline{Q}}] \tag{II.72}$$

La expresión anterior da solución al problema de diseño de la matriz de bloqueo, cuyas Q-NC columnas, al ser autovectores, son ortonormales. Esta propiedad es importante pues garantiza que el bloqueo no colorea espacialmente el ruido.

Este diseño que soluciona formalmente el problema, puede resultar complejo en aplicaciones con procesador no adecuado por no disponer, de manera viable, de llevar a cabo la descomposición SVD. Con el ejemplo que sigue se expondrá una técnica mucho más sencilla para el diseño de la matriz de bloqueo. El precio es que se pierde la ortonormalidad que garantizaba la no coloración del ruido espacial.

Para mostrar el nuevo diseño de la matriz de bloqueo, e ilustrar la sencillez de funcionamiento del GSLC, se considerara el caso de una sola restricción, la de la dirección deseada. La matriz de restricciones es de dimensión Qx1 y contiene tan solo el "steering" de la deseada.

$$\underline{\underline{C}} \to \underline{\underline{S}}_d \tag{II.73}$$

El "quiescent" (usar (II.65)), salvo una constante igual a la inversa del numero de sensores, resulta ser el "phased array"; lógico pues no hay ningún "jammer" identificado en el escenario.

$$\underline{A}_q = \frac{\underline{S}_d}{Q} \propto \underline{S}_d \tag{II.74}$$

Como la matriz de bloqueo para anular esta dirección será de dimensiones Q-1xQ, si las componentes de la dirección \underline{S}_d se denominan $\exp(j\phi_q)$, la matriz de bloqueo pasa a ser simplemente (II.75).

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 1 & \exp(j(\phi_1 - \phi_2)) & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & \exp(j(\phi_2 - \phi_3)) & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & 1 & \exp(j(\phi_{Q-1} - \phi_Q)) \end{bmatrix}$$
(II.75)

Puede comprobarse que efectivamente esta matriz bloquea la dirección mencionada. Si existiesen mas direcciones, la matriz de bloqueo se diseña como el producto de matrices que bloquean las nuevas direcciones, una vez pasadas por las matrices previas. Es decir, si se desea ahora proceder a bloquear la dirección de un "jammer" o de restricción de derivada, la dirección a bloquear se multiplica por delante por la matriz anterior. A continuación, sobre el nuevo vector resultante de dimensión Q-1, se vuelve a obtener una segunda matriz de bloqueo que es de tamaño Q-1xQ-2. La matriz de bloqueo total es el producto de ambas comenzando por la izquierda y con el orden en que se han obtenido.

El procedimiento reseñado para el GSLC de una sola restricción se simplifica en términos de instrumentación cuando la dirección a explorar es el broadside de la apertura. A ser la dirección deseada el vector de todo unos, el quiescent es simplemente la suma de todas las componentes del snapshot. También la matriz de bloqueo se reduce a restas de una rama con otra.

Con esta implementación, ni "quiescent" ni matriz de bloqueo requieren de ninguna multiplicación lo que facilita su construcción incluso en tecnologías de radiofrecuencia.

$$\underline{\underline{B}} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & -1 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & 1 & -1 \end{vmatrix}$$
(II.76)

Finalmente la arquitectura del GSLC con restricción de dirección y enfocado al broadside carece de multiplicaciones o mezcladores en su implementación.



Figura II.25. GSLC para una sola restricción enfocado al broadside.

La simplicidad de la arquitectura del GSLC, cuando esta enfocado al "broadside", motiva que cuando se desea enfocar otra dirección, en lugar de renunciar a la sencillez del "quiescent" y la matriz de bloqueo, se recurra a una matriz de "pre-steering" (matriz diagonal o una multiplicación por elemento). La matriz de pre-enfoque convierte cualquier dirección de enfoque en la dirección de todo unos para el GSLC. Procediendo de esta manera, el sistema de barrido altera únicamente el ángulo del "pre-steering" mientras que bloqueo y "quiescent" permanecen constantes al margen de la dirección seleccionada. El que si cambiara, con cada dirección, es el conformador sin restricciones que habrá de acomodarse a la dirección con la que cada "jammer" incide, después de la matriz de "pre-steering", se entiende. La matriz de "pre-steering" para una dirección cualquiera seria (II.77).

$$\underline{\underline{G}}(\theta_d, \varphi_d) = diagonal \left[-\exp(j\phi_q), q = 1, Q \right]$$
(II.77)

II.3.3.2 GSLC CON CONTROL DE QUIESCENT.

El GSLC proporciona un factor de array que es óptimo para las condiciones que presenta el escenario. No obstante, el diseño de sistemas de exploración en sonar y radar, o más bien su receptor

obliga a una nueva sofisticación de este. Para ello se toma de referencia el conformador GSLC de la Figura II.26. Como puede ver el lector, tanto el quiescent, como el adaptado tienen un problema a efectos del procesador de fuentes del receptor.



Figura II.26. GSLC adaptado (suprime tres "jammers") con "phased array" como "quiescent".

El problema radica en que, tradicionalmente y por razón a como el detector procesa las celdas de distancia y posición, se requiere que el "clutter" o ruido espacial, motivado por vegetación o el terreno, entre con similar importancia tanto si esta próximo o alejado de la dirección de enfoque. En definitiva, el "quiescent" optimo en relación señal a ruido, en el ejemplo el "quiescent", no es el mejor para el procesador de banda base y se prefiere siempre un conformador de lóbulo lateral uniforme como el expuesto en la Figura II.27. Este "beamformer" responde a unos pesos diseñados con polinomios de Chebyshev, al igual que en teoría de la aproximación para el diseño de filtros de rizado constante.

El primer problema es que tal conformador puede no verificar las restricciones. Por ejemplo, imagínese que la dirección de -24° es conocida. Es claro que el "beamformer" de la figura anterior no puede ser valido como quiescent, pues no anula dicho "jammer". Es decir, el primer paso es adaptar la forma del conformador a las restricciones. La manera de ver como proceder a la adaptación mencionada es con ayuda de la interpretación geométrica del GSLC. Claramente el conformador deseado, no apunta a las restricciones. El conformador más próximo a la forma deseada y que este en el plano de las restricciones es simplemente la proyección del deseado en el espacio de restricciones



Figura II.27. Factor de array de rizado constante.



Figura II.28. Obtención del nuevo quiescent, como él más próximo al deseado y verificando las restricciones. Se observa que existe un conformador en la rama inferior no nulo en este nuevo reposo.

De la Figura (II.28) se observa que el sistema ha de tener presente que, en la situación de reposo o libre de interferencias imprevistas, se ha de disponer un conformador no nulo en la rama inferior. Dicha respuesta de la rama inferior se obtiene de la proyección del conformador deseado sobre el espacio de las restricciones. En formulas, la versión del conformador inferior de reposo seria (II.78).

$$\underline{A}_{dq} = \underline{\underline{B}} \cdot \left[\underline{\underline{B}}^{H} \cdot \underline{\underline{B}} \right]^{-1} \cdot \underline{\underline{B}}^{H} \cdot \underline{\underline{A}}_{d} \tag{II.78}$$

El conformador "quiescent" nuevo pasa a ser la suma del antiguo o "phased array" más la respuesta de la rama inferior.

$$\underline{A}_{qc} = \underline{A}_{q} + \underline{A}_{dq} \tag{II.79}$$

El quiescent así obtenido para el ejemplo anterior toma la forma mostrada en la Figura II.29.

De todos modos, si no se incluye una restricción adicional, el sistema, al ponerse en funcionamiento, cancelaría la respuesta de la rama inferior retornando el solo al "phased array". La manera de impedirlo es añadir una nueva restricción que evite que esta componente se anule. La nueva restricción viene dada por:

$$\underline{\underline{C}}_{N}^{H}.\underline{\underline{A}}_{q,c} = \underline{\underline{f}}_{N} \tag{II.80}$$



Figura II.29. Nuevo quiescent próximo al deseado y verificando las restricciones.

En resumen, la estructura de la nueva matriz de restricciones y el vector \underline{f} se forma sobre la base de los anteriores añadiendo un vector y una componente adicional respectivamente.

$$\underline{\underline{C}}_{N}^{H} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}}^{H} \\ \underline{\underline{A}}_{dq}^{H} \end{bmatrix} \quad y \quad \underline{\underline{f}}_{N} = \begin{bmatrix} \underline{f} \\ \underline{\delta} \end{bmatrix}$$
(II.81)

Donde δ es el producto escalar del vector <u>A</u>_{dq} y el vector de "quiescent" nuevo <u>A</u>_{q,c}.

$$\delta = \underline{A}_{dq}^{H} \underline{A}_{q,c} \tag{II.82}$$

De este modo, es fácil comprobar que el nuevo "quiescent", con rama inferior no nula, satisface la nueva ecuación de restricciones. Si con este "quiescent" aparecen de nuevo dos "jammers", la Figura (II.30) muestra como respondería el conformador ya adaptado. Esta respuesta es la óptima en el sentido que verifica las restricciones y cancela los jammers que han aparecido. Lo que es más importante, la restricción de control de "quiescent" tan solo resta un grado de libertad al proceder de este modo.



Figura II.30. GSLC adaptado con control de "quiescent".

II.4 REFERENCIA POR RESTAURACION DE PROPIEDADES.

Al exponer las técnicas de entramado de referencia, se ha usado, en múltiples ocasiones, el denominado bloque de restauración de la referencia. Dicho bloque tiene por misión el transformar una señal, que contiene la referencia en condiciones duras de relación señal a ruido, en la señal de referencia libre de ruido. Para realizar esta operación es necesario tener un conocimiento a priori de la señal que se desea extraer. Este conocimiento consiste habitualmente en propiedades basadas en lo que se podría denominar la estructura de la señal. Por concretar en un ejemplo, el caso más sencillo es cuando a señal de referencia es una portadora. En este caso, la denominada estructura es que es una señal de una frecuencia pura, probablemente con fase aleatoria, o desconocida, y frecuencia variante con el tiempo. Gracias a este conocimiento previo, se puede usar un PLL o un filtro extendido de Kalman que pueden regenerar completamente la señal deseada. Así pues, en este caso sencillo, el bloque de regeneración de la referencia seria un PLL.

Dado que, en la mayor parte de las ocasiones, se desea que el sistema de la referencia sea eficiente en términos espectrales y temporales, es decir, que el sistema de referencia no consuma tiempo o espectro destinado a la señal de información, el interés de las técnicas que se expondrán en la sección presente estriba en que es la propia señal de información la que actuara de referencia. Para ello se recurrirá a las particularidades que la señal deseada puede presentar con respecto a las señales interferentes. Es de destacar que, al tratarse de TRB y por tanto estar los sistemas dedicados a comunicaciones y no a exploración, la mayor parte de las características intrínsecas a utilizar tendrán una relación muy estrecha con la estructura del modulador de la señal deseada.

II.4.1. REFERENCIA POR CONSTELACION.

En aquellas situaciones, las más habituales, donde la señal de la fuente deseada pertenece a una familia de las denominadas modulaciones digitales, es conocido que en el plano i-q, o en el hiperplano de funciones ortogonales usadas en la modulación M-FSK por ejemplo, los símbolos transmitidos forman un alfabeto finito al que necesariamente pertenecen los símbolos recibidos. Esta propiedad conlleva que a la salida del conformador, una vez adquirido "timing", sincronismo de fase y después del filtro adaptado, la salida y(n) presenta aditivamente las contribuciones del símbolo transmitido mas el error debido a la presencia de ruido e interferencias.



Figura II.31. Señal recibida, señal de error y señal de referencia.

Es decir, una vez recibida la señal a la salida del conformador, se asigna como señal de referencia aquella del alfabeto de la modulación que más próxima, en sentido de distancia euclidea, se encuentra de esta. La diferencia entre ambas es la señal de error cuya potencia se minimiza en el diseño del conformador.

El sistema expuesto para la obtención de la referencia, al margen de requerir "timing" y sincronismo de fase, tiene el problema de que si las condiciones de tasa de error al símbolo son muy altas, muchas de las asignaciones, vía el vecino más próximo, serán incorrectas. Para tener una idea de la situación, el sistema requiere que la tasa de error al símbolo no sea superior a 0.1, en ningún momento,

para poder llegar al diseño adecuado del conformador. En otras palabras, al menos el noventa por ciento de las veces la referencia ha de ser correcta. Esta tasa de error, muy superior a la exigida en cualquier sistema de comunicación, esta garantizada cuando el conformador ya esta próximo a la solución optima, pero no al comienzo donde es habitual que todos los pesos estén a cero. Por esta razón, este sistema requiere de un entramado de la referencia al comienzo de la transmisión o de la transmisión de la referencia únicamente durante el intervalo necesario para dejar la tasa de error al símbolo a niveles inferiores al mencionado de 0.1. A partir de ese momento, y si las condiciones del canal no cambian bruscamente, el conformador dispondrá de la referencia adecuada para su diseño.

El hecho de que este sistema de referencia se apoye en el alfabeto finito de la referencia hace que se les denomine con este nombre, obedeciendo a las siglas de FA. La manera de proceder para el diseño es iterativa. Para ilustrar el método iterativo, supóngase que se dispone de la matriz de N snapshots (en numero mayor (10 veces mínimo) que el numero de elementos de la apertura.

$$\underline{\underline{X}}_{n} = \left[\underline{\underline{X}}_{n}, \underline{\underline{X}}_{n-1}, \dots, \underline{\underline{X}}_{n-N+1}\right]$$
(II.83)

También, supóngase que el conformador en la iteración i viene dado por \underline{A}^i . El algoritmo sigue como se indica a continuación. En primer lugar se obtiene el vector con la salida del conformador a cada instante n, es decir y(n).

$$\underline{y}_{n}^{T} = [y(n), y(n-1), \dots, y(n-N+1)] = \underline{A}_{i}^{H} \cdot \underline{X}_{n}$$
(II.84)

En segundo lugar, se genera el vector de referencia. En este segundo paso es cuando sistemas de codificación de canal pueden incrementar notoriamente la calidad de este paso. Por el momento, se considera que la detección optima de la trama de símbolos de referencia se puede realizar símbolo a símbolo y por la regla del más próximo. Es decir, vía el mas próximo se obtiene el vector de la señal de referencia \underline{d}_n , donde NLC(.) indica la operación no lineal instantánea de asignación al mas próximo en la constelación

$$\underline{d}_{n}^{T} = NLC\left[\underline{y}_{n}^{T}\right]$$
(II.85)

Por ultimo, el nuevo conformador después de esta iteración se obtiene según se indica en (II.86), que no es mas que la ecuación de diseño del filtro de Wiener. La finalización del algoritmo viene determinada por la estabilización de la potencia de la señal de error entre salida y referencia.



Figura II.32. Sistema FA o de Decisión Directa para restauración de la referencia en el caso de señal BPSK.

$$\underline{A}_{i+1} = \left[\underline{X}_{n} \cdot \underline{X}_{n}^{H}\right]^{-1} \cdot \underline{X}_{n} \cdot \underline{d}_{n}^{*} \tag{II.86}$$

De nuevo se ha de insistir que los sistemas FA requieren que el conformador este cercano al optimo para poder beneficiarse de la regla del mas próximo para regenerar la referencia. Esta restricción también aplica a los cambios del canal de transmisión. Por ejemplo, la aparición brusca de una interferencia potente entrando por un lóbulo lateral haría que el algoritmo de diseño tuviese un comportamiento catastrófico. Para cada escenario, apertura y modulación han de explorarse los umbrales para el correcto funcionamiento de los métodos tipo FA.

Otra manera de describir los métodos FA es como métodos de decisión directa, exactamente igual que en comunicaciones digitales (DFE o "Decisión Feedback Equalizer"), ya que, en el fondo, la referencia se genera por decisión directa sobre la señal recibida, insistiendo en que esta se realiza símbolo a símbolo. La Figura II.32 ilustra este tipo de sistemas para el caso de una modulación BPSK. Como puede verse la regeneración de la referencia es básicamente un demodulador-modulador siempre basado en tasas de error al símbolo aceptables para el conformador inicial. Una manera de conseguir tasas aceptables al comienzo, sin requerir de una trama de referencia inicial, es asignar el steering de la deseada como conformador inicial, habitualmente la selectividad del "phased array" es suficiente para una adecuada convergencia del algoritmo iterativo.

II.4.2. ECUALIZADOR MAS CONFORMADOR.

Como ya se ha indicado, el apartado anterior cubría la situación donde la modulación, en definitiva la señal recibida, se podía detectar símbolo a símbolo. Esta política del receptor no es la mejor cuando el canal presenta multi-propagación o bien existe codificación de canal. En cualquiera de los dos casos, o ambos simultáneamente, conllevan que el detector pasa a ser un detector de una trama de símbolos, digamos M. Para concretar, se centrara la situación en el caso de que el canal produce interferencia ínter símbolo de orden M, es decir, al símbolo del instante n le afectan los M anteriores.

La primera cuestión ante esta situación de interferencia ínter símbolo o ISI es que el conformador de banda estrecha puede no tener ninguna opción a suprimirla si esta no viene provocada desde una dirección alejada de la deseada. Este es el caso de reflexiones próximas físicamente al emisor, en esta situación, la ISI proviene prácticamente desde la misma dirección que la deseada. La otra situación donde el conformador no alivia la ISI es porque no interesa perder grados de libertad y lo que se desea es combatir las interferencias de otras fuentes o usuarios. En cualquiera de los dos casos se ha de recurrir a un ecualizador a continuación del conformador. Se abordara en lo que sigue el diseño conjunto de conformador.

A la hora de situar un ecualizador se puede elegir entre el diseño de un FIR o un IIR de solo polos o ambos. Se examinara en primer lugar el diseño de un FIR también denominado "Forward equalizer" en terminología de comunicaciones. La arquitectura es la de la Figura II.33.



Figura II.33. Conformador con "Forward equalizer".

Para el esquema de la figura anterior, el criterio de error será minimizar la diferencia entre el símbolo correcto y la salida del ecualizador. Teniendo en cuenta el conformador, la salida del ecualizador será:

$$\hat{I}_{n} = \sum_{m=0}^{M} b(q) \underline{a}^{H} \underline{X}_{n} = \underline{a}^{H} \underline{[X}_{n}, \underline{X}_{n-1}, \dots, \underline{X}_{n-M}] \underline{b} = \underline{a}^{H} \underline{X}_{n} \underline{b} = Traza[\underline{b} \underline{a}^{H} \underline{X}_{n}]$$
(II.87)

Al tratar de diseñar ambos vectores se recurre a una estructura que ya le es familiar al lector. Note que si el ecualizador se incluye en cada rama del conformador se tendrá un conformador de banda ancha. Dicho conformador de banda ancha, tendrá M+1 coeficientes b(q) en cada sensor multiplicados cada uno por el peso del conformador inicial a^{*}(p) para el sensor p. En otras palabras, situando en una matriz por filas los coeficientes de los FIR y por columnas los sensores, se obtendrá una matriz de rango uno cuya formulación será:

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{b}} \cdot \underline{\underline{a}}^{H} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdot & \alpha_{1\underline{0}} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{M+11} & \cdot & \alpha_{M+1\underline{0}} \end{bmatrix}$$
(II.88)

Es decir el elemento (p,q) de dicha matriz es $b(p).a^*(q)$. Considerando ahora el diseño del conformador de banda ancha en el que se agrupan todos sus pesos en un vector (ver capitulo I),

$$\underline{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{1Q} & \dots & \alpha_{M+11} & \alpha_{M+1Q} \end{bmatrix}^T$$

$$\underline{X}_{ne} = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_Q(n) & \dots & x_1(n-M) & x_Q(n-M) \end{bmatrix}^T$$
(II.89)

entonces la salida del conformador de banda estrecha, igual a la del conformador de banda ancha, se puede expresar de todas las maneras que siguen en (II.90). Esta expresión podría haberse derivado directamente de (II.87) usando la propiedad de circularidad de la traza.

$$\hat{I}_{n} = \underline{a}^{H} \underline{X}_{n} \underline{b} = \underline{\alpha}^{H} \underline{X}_{ne} = traza \left[\underline{A} \underline{X}_{n} \right]$$
(II.90)

La ventaja es que el diseño del vector $\underline{\alpha}$ es trivial pues es el diseño de un conformador de manera tradicional,

$$\underline{\alpha} = \left\{ E\left[\underline{X}_{ne} \cdot \underline{X}_{ne}^{H}\right] \right\}^{-1} \cdot E\left[\underline{X}_{ne} \cdot I_{n}^{*}\right]$$
(II.91)

una vez obtenido este vector y al reconstruir, a partir de él, la matriz \underline{A} , por descomposición en valores singulares se obtienen los pesos del conformador y del filtro respectivamente.

Un detalle interesante es que en casos de fuerte dispersión del canal, de tal modo de que se requiera un ecualizador diferente para cada antena, el diseño (II.91) proporciona la solución correcta. Es decir, el conformador de banda ancha se puede concebir como un conformador donde cada antena es previamente ecualizada en tiempo. De hecho, la aproximación de baja dispersión, es decir, conformador de banda estrecha mas un solo ecualizador se puede comprobar viendo si el resto de autovalores, en la descomposición SVD de \underline{A} son significativos.

$$\underline{\underline{A}} = \lambda_{max} \underline{\underline{b}} \underline{\underline{a}}^{H} + \sum_{l=1}^{\min(\underline{O}, M+1)} \lambda_{l} \underline{\underline{u}}_{l} \underline{\underline{v}}_{l}^{H}$$
(II.92)

En otras palabras, una vez diseñado el conformador de banda ancha se puede examinar el valor de (II.93) para si este es próximo a la unidad utilizar la arquitectura de la Figura II.33, de mucha menor complejidad.

Test banda estrecha =
$$\frac{\lambda_{max}}{Traza[A]}$$
 (II.93)

Antes de pasar al diseño del sistema con ecualizador "Backward", recuérdese que la ecualización "Forward" colorea temporalmente el ruido y esto puede representar un problema de diseño para las etapas del procesador de banda base que siguen a este. Esto anterior, unido a su relativa baja efectividad, motiva el uso extendido de los ecualizadores "Backward" que se explican a continuación.

La nueva estructura a estudiar puede verse en la Figura II.34.



Figura II.34. Conformador mas ecualizador "Backward".

Como puede verse, se trata de un sistema con decisión realimentada, por lo que entraña su funcionamiento inestable. En cualquier caso, es un diseño de gran utilidad para los sistemas del próximo sub-apartado y por esta razón, y al margen de su potencial inestabilidad, se procederá a su exposición. Es de destacar que los problemas mencionados desaparecen casi completamente si el diseño, en lugar de realizarse con la decisión se realiza con una secuencia de referencia con los símbolos correctos. De nuevo, estos sistemas basados en decisión trabajan correctamente cuando la tasa de error es baja por lo que, en general, su diseño se realiza, como ya se ha mencionado varias veces, con una secuencia de entrenamiento o de referencia.

Partiendo de la arquitectura de esta ultima figura, la salida del conformador mas ecualizador es igual a (II.94).

$$\hat{I}_n = \underline{a}^H \cdot \underline{X}_n - \sum_{p=1}^P b(p) \cdot I_{n-p}$$
(II.94)

El error, cuya potencia se ha de minimizar, es igual a (II.95).

$$\varepsilon(n) = I_n - \hat{I}_n = I_n - \underline{a}^H \cdot \underline{X}_n + \sum_{p=1}^P b(p) \cdot I_{n-p} = \underline{b}^H \cdot \underline{I}_n - \underline{a}^H \cdot \underline{X}_n$$
(II.95)

Antes de proceder a la minimización, se definirá como la matriz \underline{G} a la correlación entre el "snapshot" recibido y la secuencia de símbolos según (II.96).

$$\underline{\underline{G}} = E\left[\underline{X}_{n} \cdot \underline{I}_{n}^{H}\right]; \quad \underline{I}_{n} = \begin{bmatrix}I_{n} & I_{n-P}\end{bmatrix}^{T}$$
(II.96)

Esta definición permite escribir la potencia del error como (II.97), donde se ha asumido que los símbolos están incorrelados. El caso de símbolos correlados no presenta mayor inconveniente en el procedimiento de solución que sigue.

$$\boldsymbol{\xi} = \underline{\boldsymbol{b}}^{H} \cdot \underline{\boldsymbol{b}} + \underline{\boldsymbol{a}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{R}}} \cdot \underline{\boldsymbol{a}} - \underline{\boldsymbol{b}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{G}}}^{H} \cdot \underline{\boldsymbol{a}} - \underline{\boldsymbol{a}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{G}}} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{b}}}$$
(II.97)

Claramente, sobre la expresión anterior, se requiere usar una restricción que evite la solución trivial de que ambos vectores sean cero. La restricción implícita en la formulación es que la primera componente del vector <u>b</u> ha de ser la unidad.

$$\underline{b}^H . \underline{1} = 1 \tag{II.98}$$

Con esta restricción, queda un problema de minimización con restricciones. La solución a dicho problema viene dada por las ecuaciones que siguen y que corresponden al gradiente del Lagrangiano correspondiente al problema mencionado.

$$\underline{\underline{R}}\underline{\underline{a}} - \underline{\underline{G}}\underline{\underline{b}} = \underline{0}$$

$$\underline{\underline{b}} - \underline{\underline{G}}^{H}\underline{\underline{a}} = \lambda \underline{1}$$
(II.99)

De donde se pueden obtener ambos vectores para ecualizador y conformador.

$$\lambda = 1 - \underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{G}} \cdot \underline{1}$$

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{G}}^{H} \cdot \underline{\underline{a}} - \lambda \cdot \underline{1}$$
(II.100)
$$\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{G}} \cdot \underline{\underline{b}}$$

Antes de pasar al diseño MDIR del siguiente apartado, es de destacar que la restricción de primera componente del ecualizador, dictada por la arquitectura elegida, no es la mas adecuada para maximizar la relación señal a ruido. Como podrá verse en el próximo apartado, es la restricción lo que impide alcanzar la máxima SNR a esta arquitectura de conformador mas ecualizador. Esto anterior, unido a los problemas de estabilidad mencionados, hace que esta estructura este prácticamente cayendo en desuso al compararse con MDIR.

II.4.3. CONFORMADOR MDIR

El denominado ecualizador de Viterbi es un sistema similar al de decisión directa del apartado anterior con la salvedad de que dado el vector <u>b</u>, y los símbolos anteriores $I_{n-1},...,I_{n-P}$, el ecualizador calcula para todos los posibles valores de I_n la distancia entre la salida del conformador y el correspondiente vector de símbolos.

$$D(I_n) = \left| \underline{b}^H \cdot \underline{I}_n - \underline{a}^H \cdot \underline{X}_n \right|^2 \quad ; \quad \forall I_n \in \mathbf{A}$$
(II.101)

Es decir, si la constelación tiene 4 símbolos (QPSK por ejemplo), en cada instante se calculan cuatro distancias. Note que la presencia de ISI obliga también a calcular las distancias para todas las combinaciones de los símbolos anteriores. Esto anterior unido al crecimiento exponencial que conlleva, fundamentalmente en requerimientos de memoria, hace que, en general, se supriman aquellas trayectorias que presentan una distancia elevada. De este modo el numero de estados sobre los que hay que calcular (II.101) en todas sus posibilidades, es limitado. Así pues, sobre una trama de, digamos 128 símbolos, se calculan todas las distancias acumuladas y la secuencia con menor distancia es la que se decide. Aunque esta descripción es somera, el lector puede ampliar detalles en la bibliografía de comunicaciones digitales, lo que es importante retener es que, dada la respuesta deseada DIR, denotada por el vector b, si el ruido es gaussiano y temporalmente blanco, el procedimiento proporciona el estimador de máxima verosimilitud de la trama transmitida. Un ejemplo sencillo, antes de proseguir, seria el caso de dos niveles o dos símbolos posibles [0,1] una ISI de orden 2 y una trama de 4 símbolos. Partiendo del estado inicial, y con la distancia acumulada DT puesta a cero, se van enumerando las posibilidades (dos por cada nudo correspondiendo al tamaño de la constelación). Teniendo en cuenta los símbolos anteriores y con la ayuda de la DIR se van calculando las distancias y se anota la acumulada en cada nudo. Al final de la trama se decide (detecta) aquella de menor distancia acumulada. Es claro que la complejidad crece

exponencialmente para el procedimiento y en la literatura pueden encontrarse vías para reducir esta sin alejarse excesivamente del optimo.

En cualquier caso, el interés se centra en el calculo de la DIR y el conformador. En el sistema GSM se incluyen 26 símbolos de referencia que la estación base asigna a cada usuario por lo que se dispone de 26 símbolos conocidos cada 128 de información. El objetivo es determinar con esos 26 símbolos, que denominaremos d(1),...,d(26), tanto el conformador como la DIR necesaria para detectar la trama de información que sigue. Antes de proseguir note que el uso de ecualización "Forward" no es aconsejable pues esta colorea el ruido y automáticamente la distancia (II.101) dejaría de ser la estadística suficiente de la verosimilitud de cada secuencia. En otras palabras, el ecualizador "Forward" complicaría el calculo de la distancia, con la inversa de su matriz de covarianza, lo que no es nada deseable dada la ya de por si elevada carga computacional del detector de secuencias.



Figura II.35. Ilustración del ecualizador (detector) de secuencias.

La estructura de la señal recibida es la que se indica en la Figura II.36. El diseño que sigue se centra en el intervalo donde la referencia esta incluida.

126 símbolos de	26 símbolos	126 símbolos de
información	de referencia	información

Figura II.36. Estructura de la señal recibida con la referencia de 26 símbolos d(n).

La arquitectura del sistema se muestra en la Figura II.37. Es de destacar que el diseño del filtro adaptado puede realizarse vía la técnica mostrada para el conformador de banda ancha, tomando en cada sensor entre 2 y cuatro muestras por símbolo y realizando la aproximación de rango uno cuando la ISI intrapulso es despreciable.

Así pues, de la figura, es claro que el objetivo es de nuevo la minimización de la potencia del error expuesta ya anteriormente y que se repite a continuación por simplicidad en la presentación.

$$\boldsymbol{\xi} = \underline{\boldsymbol{b}}^{H} \cdot \underline{\boldsymbol{b}} + \underline{\boldsymbol{a}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{R}}} \cdot \underline{\boldsymbol{a}} - \underline{\boldsymbol{b}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{G}}}^{H} \cdot \underline{\boldsymbol{a}} - \underline{\boldsymbol{a}}^{H} \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{G}}} \cdot \underline{\boldsymbol{b}} \quad ; \quad \underline{\underline{\boldsymbol{G}}} = E\left[\underline{\boldsymbol{X}}_{n} \cdot \underline{\boldsymbol{d}}_{n}^{H}\right] \quad (\text{II}.102)$$

Lo que ahora cambiara es la restricción y con ella la calidad y elegancia del procedimiento resultante. En primer lugar es interesante observar como se desea que trabaje el sistema conformador mas ecualizador. Considerando aun el entorno de móviles, el número de trayectos que es capaz de tener en cuenta el ecualizador esta entre 2 y 5. Es claro que cuantos mas trayectos mas complejidad. En cualquier caso, fijemos en, digamos, P el orden de la DIR. Esta elección implica que hasta P trayectos de la deseada van a ser procesados temporalmente de manera óptima en el ecualizador; en consecuencia, el conformador ha de dejarlos pasar sin preocuparse de ellos ya que es el ecualizador quien se encarga de ellos. En resumen, a la salida del conformador se puede considerar que (II.103) constituye la señal útil, no para el destino o usuario final, sino para el ecualizador.

señal util salida del conformador
$$\underline{a}^{H} \cdot \underline{G} \cdot \underline{d}_{n}$$
 (II.103)

Si esta cantidad, en modulo, se restringe a la unidad, el resto de la salida del conformador es señal nociva para el ecualizador y ha de minimizarse. Este resto estará formado por la ISI de mayor orden de P que no puede ser manejada por el ecualizador y las interferencias co-canal presentes en el escenario. De esta manera el snapshot puede escribirse como:

$$\underline{X}_{n} = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{d}}_{n} + \underline{X}_{w,n} \quad y \quad \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{G}}^{H} + \underline{\underline{R}}_{w}$$
(II.104)

Donde \underline{D} es la matriz de covarianza de la referencia, que consideraremos la identidad sin perdida de generalidad, y \underline{R}_w la matriz de ruido, en general.

A partir de lo anterior es claro que la relación señal a ruido a maximizar se puede expresar como sigue:

$$SNR = \frac{\underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{G}} \cdot \underline{\underline{G}}^{H} \cdot \underline{\underline{a}}}{\underline{\xi}}$$
(II.105)

En resumen, la minimización de la potencia del error definida anteriormente, junto con la restricción de que el numerador sea la unidad, actúa como un CAG (Control Automatico de Ganancia) del sistema, constituye un modo de maximizar la relación señal a ruido.



Figura II.37. Arquitectura MDIR. Diseño de conformador y DIR del ecualizador de Viterbi a partir de una referencia d(n).

Los gradientes de la potencia del error menos el multiplicador por la restricción son:

$$\underline{\underline{R}} \underline{\underline{a}} - \underline{\underline{G}} \underline{\underline{b}} = \lambda \underline{\underline{G}} \underline{\underline{G}}^{H} \underline{\underline{a}}$$

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{G}}^{H} \underline{\underline{a}}$$
(II.106)

La segunda ecuación revela que la respuesta del procesador temporal (DIR) es igual, esta adaptada 'Matched', a la respuesta del procesador espacial o DIR, de aquí proviene el nombre de este tipo de conformador. De las dos ecuaciones se obtiene el diseño del conformador como un diseño de autovectores generalizado.

$$\underline{\underline{R}}.\underline{\underline{a}} = \lambda_{min}.\underline{\underline{G}}.\underline{\underline{G}}^{H}.\underline{\underline{a}} = [\lambda + 1].\underline{\underline{G}}.\underline{\underline{G}}^{H}.\underline{\underline{a}}$$
(II.107)

La relación señal a ruido máxima es igual a (II.108).

$$SNR_{max} = \frac{1}{\lambda_{min} - 1} \tag{II.108}$$

Tomando el caso de modulación BPSK se formo un escenario con un usuario, código de referencia TSC0 (Ver standard GSM), en presencia de otro usuario, código de referencia TSC4 de GSM. El usuario interferente, el segundo, estaba situado a 20° del "broadside" de la apertura con un nivel absoluto respecto al ruido del receptor de 10 dB. La apertura era ULA de 4 elementos separados media longitud de onda (900 MHz.). El usuario deseado presentaba trayectos múltiples a $10^{\circ}, -7^{\circ}, -40^{\circ}$ y -30° con amplitudes 0.5, -0.7, -0.6 y 0.9 y retardos 1,2,3 y 4 símbolos respectivamente, con respecto a la línea directa (LOS). El camino directo presentaba 0dB y se asumió en el "broadside" de la apertura. El ecualizador de Viterbi tenía longitud 4 por lo que la llegada desde -30° se considerara un "late arrival" y habrá de ser atenuado por el conformador, el resto no, pues se ocupara el ecualizador de ellos. En la Figura II.38 se puede observa el correcto funcionamiento del conformador obtenido.



Figura II.38. Respuesta del conformador MDIR al escenario descrito en el texto.

En relación con el carácter optimo del detector MDIR, note que se podría plantear, como alternativa mejor, la solución referida como Vector-Viterbi (Ver notas curso Array Processing II) optima

para este escenario. Básicamente este detector compara directamente el "snapshot" recibido con el producto de la matriz de canal por la secuencia de símbolos. No obstante, la presencia de interferencias hacer complicar muchísimo el calculo de la métrica. Mas importante aun, al requerir en detección la matriz completa de canal con PxQ parámetros es mucho mas sensible que MDIR, que tan solo requiere P+Q, al ruido de estimación de dichos parámetros a partir de la secuencia de referencia. Queda al lector el probar que MDIR es la estructura optima en escenarios dominados por una interferencia o, mas exactamente, cuando la inversa de la covarianza de ruido mas interferencias puede asumirse de rango unidad y la discusión sobre esta situación.

II.4.4. CONFORMACION POR PREDICCION EXACTA.

Una propiedad interesante de cualquier señal es la capacidad que esta tiene para poder predecirla. Cuando en tiempo, o en frecuencia, la señal puede predecirse exactamente, un predictor a la salida del conformador es suficiente para proporcionar una señal de error adecuada al conformador.

El problema es que, al igual que en cualquier otro sistema de referencia, si existe otra señal con la misma propiedad, el conformador enfocara a una u otra dependiendo de su posición y nivel relativos. El esquema de este tipo de conformadores aparece en la Figura II.39, donde P(Z) es el predictor de error cero para la señal deseada.

Si bien el diseño del conformador puede hacerse de manera iterativa, existe una manera elegante de diseñarlo en un solo paso a partir de un bloque de snapshots. Para simplificar la exposición se va a recurrir al caso de una portadora. Al tratarse de una exponencial compleja la señal puede predecirse exactamente siempre que se desplaza en un periodo.

$$s(t) = s(t - T)$$
 $T = 1/f_o$ (II.109)



Figura II.39. Referencia por predicción exacta.

Si se seleccionan ahora los dos "snapshots" implicados en la predicción \underline{X}_n y \underline{X}_{n-m} , nótese que el sistema requiere trabajar a muestreo mas rápido que el periodo de portadora, la condición de error mínimo de predicción se escribiría como sigue:

$$E\left[\left|\underline{a}^{H}\cdot\left[\underline{X}_{n}-\underline{X}_{n-m}\right]\right|^{2}\right]_{min} = \underline{a}^{H}\cdot\left\{2\cdot\underline{\underline{R}}-\left(\underline{\underline{R}}_{m}+\underline{\underline{R}}_{m}^{H}\right)\right\}\underline{a} = \underline{a}^{H}\cdot\left\{2\cdot\underline{\underline{R}}-2\cdot\underline{\underline{R}}_{c}\right\}\underline{a}$$

$$\underline{\underline{R}}_{c} = \frac{\underline{\underline{R}}_{m}+\underline{\underline{R}}_{m}^{H}}{2} \quad ; \quad \underline{\underline{R}}_{m} = E\left[\underline{X}_{n}\cdot\underline{X}_{n-m}^{H}\right]$$
(II.110)

Note que el error de predicción seria cero si solo estuviese presente la señal deseada. Para evitar de nuevo la solución trivial para el conformador, se impone que la correlación cruzada entre la salida en n y en n-m sea distinta de cero e igual a un valor constante ϕ_0 .

$$\underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{c} \cdot \underline{\underline{a}} = \phi_{o} \tag{II.111}$$



Figura II.40. Predicción exacta para portadora de periodo T.

De nuevo la minimización con restricciones se resuelve para proporcionar el conformador óptimo. La solución es la solución de un problema de autovectores generalizado (II.112) donde el autovalor es igual al multiplicador menos uno.

$$\underline{\underline{R}}.\underline{\underline{a}} = (\lambda - 1).\underline{\underline{R}}_{m}.\underline{\underline{a}} = \lambda_{max}.\underline{\underline{R}}_{m}.\underline{\underline{a}}$$
(II.112)

Es interesante que el lector compruebe que en caso sencillo de fuentes puntuales, la solución del sistema anterior coincide con la solución de Wiener, es decir, el producto de la inversa de la matriz de autocorrelación de la apertura por el vector de "steering" de la deseada. De hecho, ϕ_0 coincide con el nivel de potencia de la señal deseada a la salida del conformador, por esta razón, la constante actúa como un CAG para el sistema. La SNR del sistema queda como se indica en (II.113).

$$SNR = \frac{\lambda_{max}}{1 - \lambda_{max}} \tag{II.113}$$

En la Figura II.41 se observa el factor de array y su correcto enfoque a la portadora sin modular a -20° en presencia de dos BPSKs situadas en 0 y 10° .

Los sistemas basados en predicción exacta tienen la ventaja de ser completamente incoherentes, es decir no son sensibles a la fase o el "timing", en tanto en cuanto la propiedad de predicción exacta se mantiene al margen de ambas cualidades del receptor. En este sentido, el lector puede comparar la complejidad del sistema de la Figura II.40 con el sistema que requiere un PLL en la regeneración de la portadora. En contrapartida, este sistema es sensible a "doppler" y "doppler rate".



Figura II.41. Respuesta de un conformador basado en la predicción exacta de la referencia sinusoidal.

II.4.5. REFERENCIA POR CICLO-ESTACIONARIDAD.

La propiedad de ciclo-estacionaridad establece que ciertos procesos aun siendo no-estacionarios, sin embargo, presentan una periodicidad en su función de autocorrelación. Tal y como se indica en (II.114), el carácter periódico de la autocorrelación y su desarrollo en serie de Fourier dota a la señal de una estructura, que alienta su uso para la elaboración de un sistema de referencia para todas las señales que verifiquen la propiedad de ciclo-estacionaridad.

$$r(t,\tau) = E\left[s(t+\tau/2).s^*(t-\tau/2)\right] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m(\tau).\exp(-jm\alpha.t)$$
(II.114)

De esta expresión se puede deducir una propiedad muy interesante. En concreto para m igual a uno, donde se prevé que el armónico sea el mas fuerte, se verifica (II.115).

$$E\left[s(t+\tau/2).s^*(t-\tau/2).\exp(j\alpha t)\right] = \beta_1(\tau) \neq 0$$
(II.115)

Luego si se denomina al retardo τ con un numero de muestras m, se tomara cero normalmente, existe una manera de explotar la correlación cíclica tal y como se expondrá a continuación.

Definiendo los dos conjuntos de snapshots como se indica en (II.116).

$$\underline{X}_{n} \quad y \quad \underline{X}_{c,n} = \underline{X}_{n} . \exp(j\alpha t) \tag{II.116}$$

Con matrices de autocovarianza y covarianza cruzada iguales a (II.117).

$$\underline{\underline{R}} = E\left[\underline{\underline{X}}_{n} \cdot \underline{\underline{X}}_{n}^{H}\right] = E\left[\underline{\underline{X}}_{c,n} \cdot \underline{\underline{X}}_{c,n}^{H}\right] \underline{\underline{R}}_{c} = E\left[\underline{\underline{X}}_{n} \cdot \underline{\underline{X}}_{c,n}^{H}\right]$$
(II.117)

Se pueden definir dos conformadores <u>a</u> y <u>c</u> que proporcionan dos salidas y una diferencia entre ambos, que denominaremos señal de error. Esta configuración se puede interpretar bajo la consideración de que el conformador <u>c</u> genera una referencia para el primero.

$$\varepsilon(n) = \underline{a}^{H} \cdot \underline{X}_{n} - \underline{c}^{H} \cdot \underline{X}_{c,n}$$
(II.118)

El diseño pretenderá minimizar la potencia de la señal anterior con la restricción de cicloestacionaridad, es decir, con la restricción de que la correlación cíclica de ambas salidas es diferente de cero a la frecuencia de ciclo α .

$$\boldsymbol{\xi} = \underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{a} + \underline{c}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{c} - \underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{c} - \underline{c}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{H} \cdot \underline{a}\Big|_{min}$$
(II.119)
$$\underline{a}^{H} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{c} \cdot \underline{c} + \underline{c}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}^{H} \cdot \underline{a} = \boldsymbol{\phi}_{o}$$

La minimización de este problema con restricciones resulta ser:

$$\underline{\underline{R}} \underline{\underline{a}} = (\lambda + 1)^2 \cdot \underline{\underline{R}}_c \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{R}}_c^H \cdot \underline{\underline{a}}$$

$$\underline{\underline{c}} = (\lambda + 1) \cdot \underline{\underline{R}}^{-1} \cdot \underline{\underline{R}}_c^H \cdot \underline{\underline{a}}$$
(II.120)

Donde la primera ecuación se resuelve en <u>a</u> como el autovector asociado al autovalor máximo.

Habiendo probado la fuerza de la propiedad de ciclo-estacionaridad para la regeneración de una referencia, la cuestión es cuantas señales verifican esta propiedad. La respuesta es sencilla en un primer paso. Todas las modulaciones analógicas de amplitud son no estacionarias y ciclo-estacionarias con un ciclo igual al doble de su frecuencia portadora.

Como ejemplo es fácil calcular la autocorrelación de una señal DSB con moduladora x(t).

$$r(t,\tau) = \frac{1}{2} A_o^2 r_x(\tau) \left[\cos(2\pi f_o \tau) + \cos(4\pi f_o t - 2\pi f_o \tau) \right]$$
(II.121)

Además, la frecuencia de ciclo actúa de parámetro de selección de la deseada, en otras palabras, cambiando la frecuencia de ciclo en el bucle de referencia el usuario seleccionado también cambiara. De este modo, el sistema diseñado es valido para todas las modulaciones lineales de amplitud.

En el caso de modulaciones digitales, la situación es aun mejor que en comunicaciones analógicas.

En modulaciones donde existe una velocidad de símbolo fija, la velocidad en baudios es precisamente la frecuencia de ciclo necesaria en el diseño del "beamformer". Comprobar la frecuencia de ciclo en una modulación digital es sencillo a través de su función de autocorrelación, donde $r_a(q)$ es la autocorrelación de los símbolos y p(.) es el pulso empleado en la señalización.

$$r(t,\tau) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} r_a(q) \sum_{m=-\infty}^{\infty} p(t-m.T) p(t+\tau - (m-q)T)$$
(II.122)

Esta función es periódica en t con un periodo igual al de señalización, por lo que modulaciones tales como M-PSK, QAM y MSK entre otras son susceptibles de usar esta técnica de referencia.

Un esquema de la arquitectura del conformador, denominado en la literatura como "Cross-Score", puede verse en la Figura II.42.





II.5. SISTEMAS DE REFERENCIA POR CODIGO.

En el apartado anterior se han usado varios tipos de cualidades de la señal deseada para la obtención de una referencia. No obstante, muchos de los sistemas actuales y en los que los usuarios comparten canal de transmisión, salvo el caso de TDMA para el que el diseño MDIR es el mas adecuado, el acceso se garantiza en función de un código o estructura de las señales transmitidas. Dentro de esta sección se describirán tres sistemas en los que, gracias a la diversidad temporal o frecuencial del sistema de comunicación, la estación receptora puede generar un bucle de referencia.

A estos nuevos esquemas se les ha agrupado bajo la denominación de referencia por código en alusión a que la estructura de la señal la determina una secuencia exclusiva para cada usuario y que conforma estrictamente la señal transmitida por cada uno de ellos. Los sistemas a analizar serán los de saltos de frecuencia o "Frequency Doping" (FHSS) de secuencia directa o "Direct Sequence" (DSSS) y de diversidad en frecuencia "Frequency Diversity" o FDSS. Las siglas SS obedecen a "spread spectrum" ya que todas las señales tienen un soporte espectral mayor o mucho mayor que la inversa de la velocidad de señalización en baudios.

II.5.1. PROCESADOR ANTICIPADO PARA FHSS.

En un sistema FH cada usuario tiene asignada una secuencia de saltos que hace cambiar la portadora dentro del ancho global de transmisión. Esta secuencia, conocida en el receptor, es toda la información necesaria para proceder a su enfoque, como podrá verse.

Si se supone que se esta en el "hop" o salto correspondiente a la frecuencia f_o y que en este "hop" se usa un conformador <u>a</u>_o, al conocerse la frecuencia siguiente f₁, se puede disponer de un procesador espacial, denominado anticipado, que estima cual es la matriz de covarianza de los snapshots en f₁. Supóngase que tal matriz, que evidentemente no contiene aun contribución de la señal deseada, viene dada por <u>R</u>_a, cuando la deseada salta a f₁, se procede a calcular su matriz de covarianza <u>R</u>. Usando ambas matrices podrá verse que es posible el diseño optimo del conformador.

En primer lugar nótese que la matriz con deseada ya en el "hop" 1, que denotamos con el índice de la frecuencia, se puede expresar en función de la matriz en el procesador anticipado como sigue:

$$\underline{\underline{R}} = P_d \underline{S}_d \underline{S}_d^H + \underline{\underline{R}}_a \tag{II.123}$$

Es fácil comprobar que el "steering" de la deseada puede obtenerse de autovector asociado al máximo autovalor de (II.124),

$$\underline{\underline{R}} \underline{\underline{e}} = \lambda_{max} \cdot \underline{\underline{R}}_{a} \cdot \underline{\underline{e}} \quad ; \underline{\underline{e}} = \frac{\underline{\underline{S}}_{d}}{\left\|\underline{\underline{S}}_{d}\right\|^{2}} \quad ; \lambda_{max} = 1 + P_{d} \cdot (\underline{\underline{S}}_{d}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{a} \cdot \underline{\underline{S}}_{d}) \tag{II.124}$$

Es de destacar, que en sistemas de gran ancho de banda, el "steering" de la deseada puede cambiar sustancialmente de un "hop" al siguiente por lo que el cálculo del autovector ha de realizarse a cada salto. Si la apertura esta calibrada el calculo anterior solo se realizara una vez y cada vez que la fuente cambie su DOA. Finalmente, el conformador óptimo se obtiene de la multiplicación de la inversa de R_a por el "steering" encontrado.



Figura II.43. Conformador anticipado para sistema de FH.

El sistema no puede combatir, en entornos radar, los llamados "follower jammers" o interferencias que adquiriendo la secuencia de la deseada siguen a esta en sus saltos. En este caso, técnicas basadas en dirección, como GSLC, pueden emplearse para la supresión del "follower jammer", utilizando el que estos tardan un poco más que la deseada en saltar al nuevo "hop". No se han considerado los sistemas que usan más de una frecuencia en cada "hop", pues estos pueden considerarse dentro de los denominados sistemas multi-portadora que se verán en el siguiente sub-apartado. También es de destacar que, la técnica descrita es también necesaria aun en el caso de no presencia de interferentes y es mucho mejor, mayor calidad y fácil implementación, que otras alternativas existentes en la literatura.

II.5.2. CONFORMADOR PARA FDSS.

Los sistemas que usan diversidad en frecuencia utilizan más de una portadora simultáneamente para el envío de los símbolos o bits de información. El esquema básico es un codificador de canal mas conversor serie paralelo, dando como resultado N_1 símbolos por cada rama que son los que modularan las portadoras disponibles. Aquí tiene lugar la primera etapa para el ensanchamiento del espectro.

En segundo lugar, los símbolos de cada rama se multiplican por una señal de "chip", de igual o mayor velocidad que la de símbolo, pseudo-aleatoria y de modulo constante, habitualmente +/-1, denominándose modulación de secuencia directa. De nuevo, aquí tiene lugar el segundo ensanchamiento del espectro, esta vez a nivel de cada rama. Por ultimo, el sistema asigna una portadora diferente a cada rama con filtros paso banda. Estos filtros se implementan usando las denominadas redes de "polyphase", usadas por primera vez en los transmultiplexores TDM-FDM y viceversa.

Con todo, la señal transmitida tiene la expresión siguiente:

Miguel Ángel Lagunas

$$x_{r}(t) = \sum_{i} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=0}^{N_{1}-1} \sum_{l=0}^{N_{c}-1} a_{i,n,m} \gamma_{i,n,m,l} \Psi_{m}\left(\frac{t-iT_{s}-n(T_{s}/N_{1})-l\tau_{c}}{T_{s}/(N_{1}.N_{c})}\right)$$
(II.125)



Figura II.44. Transmisor para sistema Multi-portadora MC.

Por sencillez, se supondrá que el codificador de canal es un código de repetición pura (N,1) y que no se utiliza mas que un símbolo chip por cada símbolo de información. De este modo la señal transmitida viene dada por (II.126)

$$x_r(t) = \sum_{i} \sum_{m=1}^{N} a_i \gamma_{i,m} \Psi_m\left(\frac{t - iT_s}{T_s}\right)$$
(II.126)

La calidad del sistema radica en que, a no ser que todas las bandas de frecuencia estén contaminadas por interferencia la detección del símbolo es posible a partir de una sola banda. Este tipo de diversidad en frecuencia es muy utilizado en canales con "fading" selectivo. Sin entrar en mas detalles y concentrándose en el diseño del conformador, en el receptor los canales estarán todos disponibles. Al quitar la modulación de "chip" en cada rama, las interferentes permanecerán incorreladas de una rama a otra y solo la deseada mostrara coherencia. De esta manera, seleccionando dos ramas cualesquiera (i,j) de las N disponibles, puede formularse el diseño del conformador, del mismo modo que se realizo en el caso de predicción exacta. Denominando \underline{w}_i y \underline{w}_j a los conformadores para cada banda, las ecuaciones de diseño son:

$$\xi = \underline{w}_{i}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{i} \cdot \underline{w}_{i} + \underline{w}_{j}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{j} \cdot \underline{w}_{j} - \underline{w}_{i}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{ij} \cdot \underline{w}_{j} - \underline{w}_{j}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{ij}^{H} \cdot \underline{w}_{i} \Big|_{min}$$

$$\underline{w}_{i}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{ij} \cdot \underline{w}_{j} + \underline{w}_{j}^{H} \cdot \underline{\underline{R}}_{ij}^{H} \cdot \underline{w}_{i} = \phi_{o}$$

$$(II.127)$$

La solución del sistema es sencilla. Una vez obtenido uno de los conformadores, la señal de salida es usada como referencia para el resto de canales con lo que el sistema entrega todas las bandas libres de interferencia.



Figura II.45. Respuesta conformador para FDSS. A la derecha en una banda libre y a la izquierda en una banda dañada por un "jammer" a 20º de la deseada en el "broadside".

Es de destacar que la similitud del FDSS con OFDM hace innecesario el repetir la presentación para esta ultima. También es de señalar que en el caso de no emplear modulación "chip", el "jammer" no se encontrara incorrelado entre cada rama de frecuencia. En este caso, las dos bandas seleccionadas habrán de ser una libre y la otra marcada por el "jammer". Dado que en entornos radar el "jammer" es mucho mas fuerte que la deseada, en esta aplicación, el criterio es el de elegir las bandas con mayor y menor energía detectada. Puede comprobarse que, al usar detección coherente, FDSS es mejor que FHSS, que se ve obligada a detectar incoherentemente. También se puede demostrar que FDSS es superior a DSSS en calidad de tasa de error en presencia de "jammers" de banda estrecha. Sobre el sistema y sus cualidades puede encontrarse mas detalles en la literatura.

En la figura II.45 puede verse la comparación entre la respuesta de un conformador en la banda libre de jammer y en una interferida o dañada por un jammer a 20° de la deseada. Es de destacar que FDSS, como sistema presenta las mejores cualidades en términos de BER y rechazo de interferencia en comparación a FHSS y DSSS que se expondrá a continuación.

II.5.3. CONFORMACION EN SISTEMAS DSSS.

La formulación de la señal transmitida en CDMA es básicamente la modulación directa por una secuencia pseudo-aleatoria c(t), esta ultima con la propiedad de |c(t)| = 1; $\forall t$. La secuencias pseudo-aleatoria son tradicionalmente las denominadas secuencias de Gold. En cualquier caso, a cualquier c(t) se le exige una autocorrelación muy estrecha, aunque periódica, y una baja correlación cruzada con el resto de secuencias asignadas a otros usuarios. La segunda propiedad es necesaria para permitir al receptor la separación correcta de la señal deseada. De nuevo, no se entrara en excesivos detalles del sistema de transmisión del que, como los anteriores existe abundante literatura. La descripción se centrara en el primer sistema que apareció en la literatura, que no es mas que un sistema de decisión directa especifico para la modulación DS.

Reduciendo al mínimo imprescindible la presentación, puede decirse que la señal transmitida es el "and" lógico, o el producto a nivel temporal, entre la secuencia de símbolos de información con la secuencia pseudo-aleatoria de mayor velocidad que la de información.



Figura II.46. Modulación "Direct Sequence".

En el receptor y a la salida del conformador, basta con multiplicar por c(t), en correcto sincronismo con la recibida, para obtener la secuencia de información. Esta es la operación de compresión del espectro. La escasa o leve contribución de interferencias o ruido se elimina con un filtro paso bajo para proporcionar los símbolos de información originales. Con el fin de generar una señal de error, basta fijar la constelación a los dos niveles originales (decisión directa) y volver a modular por la secuencia pseudo-aleatoria. El esquema se presenta en la Figura II.47.



Figura II.47. Sistema de referencia para CDMA por DSSS basado en decisión directa.

En este sistema, como en cualquier otro de tipo coherente, es fundamental la extracción del sincronismo. También es necesario colocar retardos en el bucle para asegurar el sincronismo de las dos multiplicaciones y la resta que genera la señal de error. Finalmente, es de destacar que otros sistemas se han publicado para la adquisición de referencia en DS, no obstante, prácticamente y de un modo u otro, dichas alternativas ya han sido expuestas en los apartados de este capitulo.

II.6. CONCLUSIONES.

A lo largo del presente capitulo, el lector ha podido observar como el procesado espacial contiene una complejidad aparentemente sencilla si se le considera como una mera extensión del procesado temporal. El manejo de la diversidad espacial es mucho más rico en posibilidades y más complejo que la diversidad temporal de la línea de retardos en un FIR.

Se han expuesto dos grandes familias de técnicas de conformación. Las denominadas de referencia temporal, adaptadas a problemas de comunicaciones, TRB y las de referencia espacial adaptadas a problemas de exploración SRB. En estas ultimas, se ha visto el concepto de supresor de lóbulo lateral y su versión generalizada GSLC, incluyendo el control del haz de reposo o quiescent. Basadas en direcciones, estas técnicas requieren de una correcta calibración de la apertura.

En el caso de TRB, su imbricación con el procesador de banda base de comunicaciones es completa. De hecho los bucles de referencia, en general, constituyen un lazo demodulador modulador que obviamente depende de modulación, entramado etc. de la señal temporal. Su gran ventaja es que no requieren de calibración. Los sistemas tradicionales de multiplexion, incluyendo la multiplexion en código son los empleados para la inclusión de la referencia en la trama del transmisor.

También, se ha dedicado especial atención al diseño conjunto de conformador y ecualizador. Se ha mostrado la similitud de los conformadores de banda ancha con el empleo de ecualizadores transversales en conformación de banda estrecha. Su generalización al caso de usar detectores de Viterbi se ha expuesto bajo las siglas de MDIR el diseño conjunto de ambos. Se han descrito brevemente los sistemas basados en la restauración de propiedades de la referencia con mención especial al caso de predicción exacta y ciclo-estacionaridad. Por ultimo se ha mostrado que las técnicas de acceso múltiple constituyen en sí un entramado de referencia valida para el diseño adaptado al entorno del conformador.

La combinación de técnicas o su grado de sofisticación en atención a problemas del canal es un problema abierto que mantiene las técnicas de TRB como tema actual en desarrollo de procesado de arrays. No tanto el caso para SRB en el que lo expuesto es básicamente lo disponible actualmente.

II.7. REFERENCIAS.

S. Haykin. "Array signal processing". Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.

R.A. Monzingo, T.W. Miller. "Introduction to adaptive arrays", John Wiley & Sons, 1980.

B.D. Van Been, K.M. Buckley. "Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. IEEE ASSP Magazine, pp. 4-24, April 1989.

B.G. Agee. "The property –restoral approach to blind adaptive signal extraction". Ph.D. Thesis. UMI Dissertation Services. Bell & Howell Co. University of California Davis, 1989.

G.K. Kaleh, "Frequency Diversity Spread Spectrum Communications System to counter Band limited Gaussian Interference," IEEE Trans. on Communications, Vol. 44, No.7, pp. 886-893, July 1996.

G.K. Kaleh, "Performance comparison of Frequency Diversity and Frequency Hopping Spread Spectrum Systems," IEEE Trans. on Communications, Vol. 45, No. 8, pp. 910-912, August 1997.

J.G. Proakis, Digital Communications, Third Edition, Mac-Graw Hill, Chapters 12-15, 1995.

E. Lance, G.K. Kaleh, "A diversity Scheme for a Phase- Coherent Frequency-Hopping Spread Spectrum System," IEEE Trans. on Communications, Vol. 45, No. 9, pp. 1123-1129, September 1997.

R. Prasad, S. Hara, "An Overview of Multicarrier CDMA," Proc. of IEEE Fourth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications. pp. 107-113, Mainz Germany, December 1996.

R. E. Crochiere, L.R. Rabiner, "Multirate Digital Signal Processing," Englewood-Cliffs, Prentice Hall, NJ, 1983.

B.G. Agee, S.V. Schell, W.A. Gardner, "Spectral Self-Coherence Restoral: A new Approach to Blind Adaptive Signal Extraction Using Antenna Arrays", Proc. IEEE, Vol. 78, No. 4, pp. 753-767, April 1990.

D. Torrieri, K Bakhru, "Frequency Compensation in an Adaptive Antenna System for Frequency-Hopping Communications", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-23, No. 4, pp. 448-467, July 1987.

R.E. Blahut, Digital transmission of information, Reading, MA: Addison Wesley 1990.

P.D. Shaft, E.C. Kather, "Experimental measurement of Viterbi decoding in burst channels", *IEEE Trans.* on Communications, Vol. COM-27, no. 9, pp.1360-1366, Aug. 1978.

D.R. Falconer, F.R. Magee, "Evaluation of decision feedback equalization and Viterbi algorithm detector for voice band data transmission", *IEEE Trans. on Communications*, Vol. COM-24, no. 10, pp. 1130-1139, October 1976.

F.R. Magee, "A comparison of compromise Viterbi algorithm and standard equalization techniques over band limited channels", *IEEE Trans. on Communications*, Vol. COM-23, no. 3, pp. 361-367, March 1975.

M.A. Lagunas, A.I. Perez, J. Vidal, "Joint beamforming and Viterbi equalizers in wireless communications", *Proc.* 31st Asilomar Conf. On Signals, Systems and Computers, Nov. 1997.

F. Pipon, P. Chevalier, P. Vila, J.J. Monott, "Joint spatial and temporal equalization for channels with ISI and ICI: Theoretical and Experimental results for a base-station", *Proc. IEEE Workshop on Signal Advances in Wireless Communications*, SPAWC'97, Paris, pp 309-312, April 1997.

Falconer, F.R. Magee, "Adaptive channel memory truncation for maximum likelihood sequence estimation", *Bell Sys. Tech. J.*, Vol. 9, pp. 1541-1562, Nov. 1973.

R. Steele, *Mobile Radio Communications*, Pentech Press, 1992.

R.O. Duda, P. Hart, Pattern recognition and scene analysis, Chapter 5, pp. 130-186, Wiley, NY 1973.

European Telecommunications Standard, ETS 300574, II Edition, Source ETSI TC-SM6, Page 12, Aug. 1975.

K. Pedersen, P. Mogensen, B. Fleury, "A Stochastic Model of the Temporal and Azimuthal Dispersion seen at the Base Station in Outdoor Propagation Environments", *submitted to IEEE Trans. on Vehicular Technology*.

M. Stojanovic, Z. Zvonar, "Multichannel Processing of Broad-Band Multiuser Communication Signals in Shallow Water Acoustic Channels", *IEEE Journal on Oceanic Engineering*, vol. 21, no. 2, April 1996.

S. Y. Miller, S. C. Schwartz, "Integrated Spatial-Temporal Detectors for Asynchronous Gaussian Multiple-Access Channels", *IEEE Trans. on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, February/March/April 1995.

H. V. Poor, S. Verdu, "Single-User Detectors for Multiuser Channels", *IEEE Trans. on Comm.* Vol. 36, pp. 50-60, January 1980.

R. A. Monzingo, T. W. Miller, Introduction to Adaptive Arrays, John Wiley & Sons, Inc., 1980.

J. W. Liang, A. Paulraj, "Two stage CCI/ISI reduction with space-time processing in TDMA cellular networks", *Proc.* 30th Annual Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, California, Nov. 1996.

A. J. Paulraj, C. B. Papadias, "Space-Time Processing for Wireless Communications", *IEEE Signal Processing Magazine*, Nov. 1997, pp. 49-83.

W.Van Etten, "Maximum Likelihood Receiver for Multiple Channel Transmission Systems", *IEEE Trans. on Communications*, Feb. 1976, pp. 276-283.

B. Suard, G. Xu, H.Liu, T. Kailath, "Uplink Channel Capacity of Space-Division Multiple-Access Schemes", *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 44, no. 4, July 1998, pp.1468-1476.

S. Hamalainen, P. Slanina, M. Hartman, A. Lappeteläinen, H. Holma, O. Salonaho, "A Novel Interface between Link and System Level Simulations", *Proc. of the ACTS Mobile Telecommunications Summit*, Aalborg, Denmark, October 1997, pp. 599-604.

P. Balaban, J. Salz, "Optimum Diversity Combining and Equalization in Digital Data Transmission with Applications to Cellular Mobile Radio — Part I: Theoretical Considerations", *IEEE Trans. on Communications*, vol. 40, no 5, May 1992, pp. 885-907.

TSUNAMI II (ACTS 020) report, Algorithms and Antenna Array Recommendations (Part 1), AC020/AUC/A1.2/DR/P/005/b1, May 1997.

G. E. Bottomley, S. Chennakeshu, "Unification of MLSE Receivers and Extension to Time-Varying Channels", *IEEE Trans. on Communications*, vol. 46, no. 4, April 1998, pp. 464-472.

M. Najar. "Conformación de Haz por referencia de código. Modulación FH". Tesis Doctoral UPC. 1996.

M. A. Lagunas, Montserrat Najar. "Source reference in CIR beamforming". Signal Processing Trans., Ed. North Holland Elsevier, Vol. 29, No. 2, pp. 141-149, November 1992.

M. Barret, M.A. Lagunas, "Temporal reference beamforming for user acquisition in mobile satellite communication systems". Proceedings Third International Workshop on Digital Signal Processing Techniques Applied to Space Communications. ESA ESTEC, WPP-038, pp 22-34. Noordwijk. Holanda.

M. Rupf, F. Tarköy, J. L. Massey, "User-Separating Demodulation for Code-Division Multiple Access Systems", *IEEE Journal. Select. Areas in Comm.*, June 1994, pp. 786-795.

M.A. Lagunas, Ana I. Pérez, M. Amin, J. Vidal. "Spatial processing for frequency diversity schemes". IEEE-SP Transactions on Signal processing, Vol. 48, Number 2, pp. 353-363, February 2000.

M.A. Lagunas, M. Najar. "Sistema de comunicaciones de espectro ensanchado. Diversidad Frecuencial". Mundo Electrónico. Núm. 305. Pp. 36-43, Enero 2000.

M.A. Lagunas, J. Vidal, Ana Pérez-Neira. "Joint Array Combining and MLSE for Single-User Receivers in Multipath Gaussian Multiuser Channels". IEEE Journal Selected Areas on Communications. Vol. 18, no. 11, Nov 2000

D. Pérez, M. Najar, M.A. Lagunas. "Self-reference spatial diversity processing for spread communications". AEÜ International Journal of Electronics and Communications. Vol. 54 (2000), No. 5, pp. 267-276. Sept 2000.

M. Najar, X. Mestre, M.A. Lagunas. "Two-stage code reference beamformer for the reception of frequency hopping modulated signals". Signal Processing, Vol. 80, No. 12, pp. 2623-2632, Dec 2000.

Daniel Pérez Palomar and Miguel Angel Lagunas, "Temporal diversity on DS-CDMA communication systems for blind array signal processing", EURASIP Signal Processing, Vol. 81, No.